



МИНИСТЕРСТВО
ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН



Республиканский институт
повышения квалификации и
переподготовки работников
сферы образования

МЕТОДИКА РЕАЛИЗАЦИИ КОМПЕТЕНТНОСТНОГО ПОДХОДА В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ

Учебный модуль для учителей математики

МОДУЛЬ

3

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ
ТАДЖИКИСТАН**

**РЕСПУБЛИКАНСКИЙ ИНСТИТУТ ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ И
ПЕРЕПОДГОТОВКИ РАБОТНИКОВ СФЕРЫ ОБРАЗОВАНИЯ**

МОДУЛЬ 3

**МЕТОДИКА РЕАЛИЗАЦИИ КОМПЕТЕНТНОСТНОГО
ПОДХОДА В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ**

**Учебный модуль для слушателей курсов повышения квалификации учителей
математики**

Душанбе 2026

Утверждено решением ученого совета Республиканского института повышения квалификации и переподготовки работников образования от 28 ноября 2025 г. № 11/7-4.

Автор-разработчик: Курбанов Сулейман, Джонмирзоев Эрадж

Рецензенты:

- | | |
|---------------|--|
| Туронов С., | главный специалист Департамента естественных и точных наук Педагогической академии Таджикистана; |
| Азизова М., | гГлавный специалист Республиканского учебно-методического центра при Министерстве образования и науки Республики Таджикистан; |
| Раджабов Ш. , | старший преподаватель кафедры методики преподавания естественных наук и математики. Республиканского института повышения квалификации работников образования |

Модуль предназначен для курсов повышения квалификации учителей математики и направлен на формирование подходов, связывающих предметное содержание с развитием ключевых компетенций в образовательной среде. В нем рассматриваются практические методы проектирования учебных ситуаций, интеграция исследовательских, креативных и проблемно-ориентированных заданий, использование открытых задач, а также применение STEM-практик.

Эти направления позволяют выстраивать обучение как процесс анализа, аргументации, творчества и совместной деятельности учащихся. Одновременно модуль способствует развитию профессиональных компетенций педагогов, обеспечивая методическую базу для внедрения инновационных подходов в преподавании математики.

Содержание

Введение	стр.4
3.1. Учебная ситуация как метод в преподавании математики.....	стр. 5
3.2. Развитие критического мышления в преподавании математики...	стр. 23
3.3. Креативные задания в геометрии и алгебре	стр. 39
3.4. Коммуникация и сотрудничество в математике	стр. 64
3.5. STEAM-подход в преподавании математики	стр. 90
Список литературы и источники	стр. 106

Введение

Модуль 3 направлен на рассмотрение подходов к преподаванию математики, которые позволяют объединить предметное содержание с задачами развития ключевых компетенций в образовательной среде. В центре внимания находится учебная ситуация как особая форма организации урока. Она определяется как спроектированный фрагмент деятельности, включающий контекст, проблему, действия, выбор и результат. Такой формат позволяет учитывать разный уровень подготовки учащихся и обеспечивает многослойность заданий, что делает возможным развитие функциональной грамотности и универсальных учебных умений.

Развитие критического мышления в модуле рассматривается как составляющая математического действия. Оно проявляется в способности анализировать условия, формулировать вопросы, выдвигать гипотезы, проверять корректность решений и аргументировать собственный выбор. Особое внимание уделяется преобразованию стандартных заданий в исследовательские, создающие пространство для анализа и обсуждения.

В отдельном блоке рассматриваются креативные задания, которые отличаются открытостью и вариативностью. Они допускают несколько возможных стратегий решения, стимулируют поиск и экспериментирование, формируют гибкость мышления и способность предлагать собственные способы решения.

Коммуникация и сотрудничество в математике анализируются как необходимые условия формирования образовательной среды. В модуле представлены формы устной, письменной и визуальной коммуникации, а также приемы организации парной и групповой работы. Акцент сделан на том, что совместное обсуждение и аргументация являются важными средствами формирования математической речи и культуры взаимодействия.

Завершающая часть модуля связана с внедрением STEM-подхода, предполагающего интеграцию математики с другими областями знаний и практическими задачами. Внимание уделяется междисциплинарности, исследовательскому характеру и проектированию учебных заданий. Такой подход позволяет рассматривать математическое содержание как ресурс для анализа и решения задач, возникающих в образовательной и социальной практике.

В целом модуль 3 формирует целостное представление о том, как через учебные ситуации, критическое и креативное мышление, организацию коммуникации и применение STEM-подхода создается образовательная среда, направленная на развитие ключевых компетенций на основе содержания школьной математики.

ТЕМА 3.1.

Учебная ситуация как метод в преподавании математики

Рамочная структура темы

Что важно знать

- Учебная ситуация – это фрагмент урока, в котором ученик действует в контексте проблемы, а не просто применяет алгоритм.
- Структура учебной ситуации включает: *контекст, проблему, действие, выбор и результат*.
- Многослойные учебные ситуации позволяют работать с учениками разного уровня, сохраняя общую задачу и вовлеченность.
- Метод учебных ситуаций способствует развитию *функциональной грамотности и компетенций XXI века*.

Что нужно уметь

- Конструировать учебную ситуацию, включая все ключевые компоненты.
- Подбирать жизненный и мотивационный контекст.
- Разрабатывать уровни сложности (А–В–С) с возможностью выбора.
- Встраивать задания в групповую или парную работу.
- Вести обсуждение и рефлексия по итогам выполнения.

Ключевые вопросы для обсуждения

- В чем отличие учебной ситуации от обычного задания?
- Какие признаки делают ситуацию «многослойной»?
- Как жизненный контекст влияет на мотивацию учеников?
- Что важно учитывать при формулировке задачи на разных уровнях?
- Как организовать продуктивную коммуникацию и рефлексия в группе?
- Какие компетенции развиваются через учебную ситуацию?

РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

По завершению изучения этой темы Вы сможете делать следующее:

- РО 1. Понимать**, что такое учебная ситуация, и **зачем она нужна** на уроке математики
- РО 2. Описывать структуру** простой и многослойной учебной ситуации
- РО 3. Анализировать** учебные ситуации по заданным критериям
- РО 4. Проектировать** учебные ситуации, с учетом **ключевого навыка и уровней сложности**

Введение

Сколько раз после объяснения темы вы слышали или читали в глазах учеников – немой вопрос: «А зачем мне это в жизни?» Учебная ситуация – это способ, который помогает не просто объяснить тему, а *вовлечь*, зацепить, поставить ученика в позицию активного исследователя. Она меняет логику урока: от передачи знаний – к их проживанию.

В **теоретической части** вы погрузитесь в суть метода. Узнаете, чем учебная ситуация отличается от обычного задания, какие элементы делает ее живой, многослойной и по-настоящему развивающей. Вы увидите, как она строится – шаг за шагом, от контекста до рефлексии.

В **практической части** вы попробуете себя в роли проектировщика. Разберете примеры, проведете педагогический разбор, создадите собственные ситуации, которые действительно работают на уроке. И, возможно, взглянете на привычные темы по-новому – глазами ученика, которому интересно.



Значение основных терминов

Учебная ситуация – спроектированный фрагмент урока, в котором ученик сталкивается с проблемой, действует, выбирает и аргументирует. Направлена на развитие предметных и ключевых компетенций.

Контекст – смысловая рамка задания: реальная или моделируемая ситуация, в которую встроено математическое содержание. Делает задачу значимой и мотивирующей.

Проблема – центральный вызов или противоречие в учебной ситуации, не имеющее готового решения. Стимулирует анализ, поиск подходов и принятие решений.

Действие – активные шаги ученика внутри ситуации: расчет, моделирование, рассуждение, обсуждение, оформление вывода.

Выбор – необходимость принять одно из возможных решений и обосновать его. Создает зону личной ответственности и развивает аргументацию.

Результат – итог работы ученика в ситуации: решение, построение, график, обоснование, продукт. Отражает как знания, так и уровень компетентностей.

Многослойная учебная ситуация – ситуация, в которой присутствует общее задание для всех и дополнительные уровни сложности. Позволяет включить в работу учеников с разным уровнем подготовки.

Функциональная грамотность в математике – способность применять математические знания в реальных и нестандартных ситуациях: анализировать условия, строить математическую модель, выполнять расчеты и делать обоснованные выводы.

ЗАНЯТИЕ 1

РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ:

1. Понимать, что такое учебная ситуация, и **зачем она нужна** на уроке математики
2. Описывать **структуру** простой и многослойной учебной ситуации



НАЧНЕМ С ПРОСТОГО Что Вы уже знаете и понимаете?

1. Три ассоциации

Задание. Что для вас значит выражение «учебная ситуация»? Напишите 3 слова или фразы, которые первыми приходят в голову.

Формат работы:

- Индивидуально (1 минута).
- Обсуждение в парах: найдите общее и различия.

2. Верно или неверно?

Индивидуально: Отметьте утверждения, с которыми вы **согласны**, **не согласны** или **не уверены**. Это не тест – здесь важны ваши предположения и интуиция.

Утверждение	Да	Нет	Не уверен(а)
1. Учебная ситуация – это усложненное задание			
2. В учебной ситуации всегда есть проблема или выбор			
3. Учебная ситуация должна быть связана с жизнью учеников			
4. Такие ситуации пригодны только в старших классах			
5. Учебная ситуация – это всегда групповая работа			

Формат обсуждения: В парах или малых группах: обсудите одно-два утверждения, по которым ваши ответы расходятся. Почему?

3. Это учебная ситуация – или нет?

Прочитайте описание и решите: это **учебная ситуация** или **традиционное задание**?

Учитель объясняет тему «Площадь треугольника», затем дает задание: найти площадь по формуле в трех задачах из учебника.

Вопросы для обсуждения:

- Это можно считать учебной ситуацией? Почему да или нет?
- Что нужно изменить, чтобы это стало учебной ситуацией?
- Какая роль ученика в этой ситуации: исполнитель, наблюдатель, исследователь?



ЧТО ВАМ НУЖНО УЗНАТЬ?

Прочитайте внимательно информационный лист 3.1, после чего проведите самопроверку своего понимания, используя лист самооценки 3.1.

Информационный лист 3.1

1. УЧЕБНАЯ СИТУАЦИЯ

Современная школа сталкивается с важной задачей: научить учеников мыслить гибко, креативно и независимо, уметь сотрудничать и ясно выражать свои мысли – то есть обладать компетенциями 21 века. При этом школьный класс – это всегда разнообразие: один ученик решает квадратные уравнения на лету, другой – путается в формуле площади треугольника. Как организовать обучение так, чтобы и первый, и второй были вовлечены и развивались? В этой теме мы обсудим методические подходы к созданию «многослойных» учебных ситуаций, которые учитывают разный уровень подготовки учеников. Но прежде рассмотрим само понятие и структуру учебной ситуации.

Учебная ситуация – это специально спроектированный фрагмент урока, в котором ученик действует в контексте проблемы, требует от него анализа, моделирования и аргументации, и приводит к получению результата, демонстрирующего как предметные знания, так и ключевые компетенции.

Она не просто проверяет знания, *а создает условия для активного включения ученика* – в этом и заключается ценность учебной ситуации как метода. Чтобы такая ситуация действительно работала на уроке, важно понимать, **из каких компонентов** она состоит и **как они связаны** между собой. Ниже представлена структура учебной ситуации, отражающая ее внутреннюю логику.

Таблица 1.

Структура учебной ситуации

Компонент	Описание / Назначение
Контекст	Жизненная или учебно-значимая ситуация, создающая мотивацию и привязку к реальности
Проблема	Задача с неопределенностью, противоречием или выбором, которая требует анализа и нестандартного подхода
Действие	Конкретные учебные действия ученика: анализ, моделирование, расчеты, обсуждение, визуализация. Не просто знание – а применение
Выбор	Несколько возможных решений или подходов, из которых ученик делает выбор и обосновывает его. Это зона принятия решения
Результат	Решение, вывод, продукт, позиция – то, что создает ученик. Это может быть расчет, график, модель, план, аргументированное мнение и др.

Теперь, когда структура учебной ситуации стала понятной, важно увидеть, как она реализуется на практике. Ниже приведен пример, в котором структура воплощается через содержание и действия учеников.

ГЕОМЕТРИЯ.

Тема: «Площадь треугольника» – 7 класс.

Типовое учебное задание	Учебная ситуация
Найдите площадь треугольника по формуле через основание и высоту	Вы ландшафтные дизайнеры. Перед вами план школьного двора. Нужно разбить клумбу в виде треугольника так, чтобы она занимала ровно 12м^2 , и одна из сторон была вдоль дорожки длиной 6 метров. Как это можно сделать?

Что меняется:

- У учеников появляется **мотивация и контекст** – они не просто решают абстрактную задачу, а проектируют.
- Задание допускает **несколько решений** – можно выбирать разные высоты.
- Ученики **моделируют** ситуацию, чертят, рассуждают, спорят – включается 4К+.

Особенно важна такая форма заданий для создания развивающей образовательной среды. Среда, как известно, становится «третьим учителем», если она стимулирует познание, поддерживает инициативу учащихся и провоцирует исследование. Учебная ситуация является именно тем педагогическим инструментом, который соединяет среду, содержание и активную деятельность учеников в единый процесс обучения.

Следующий шаг – понять, как сделать учебную ситуацию доступной и ценной для всех учеников, независимо от их уровня. Это позволяет реализовать подход многослойности.

2. МНОГОСЛОЙНЫЕ УЧЕБНЫЕ СИТУАЦИИ

Сразу возникает вопрос – что это такое и зачем это нужно? Начнем с последней части вопроса. Если учитель дает всем одинаковое задание, он рискует: сильным ученикам – скучно, а слабоуспевающие чувствуют беспомощность и теряют интерес. В результате часть детей выключается из процесса. Альтернатива – **многослойные учебные ситуации**: такие задания, которые содержат ядро, доступное всем, но допускают разные уровни углубления, применения, обсуждения и творчества.

Это не просто подбор разных по уровню задач – это **единое учебное пространство**, где каждый может работать на своем уровне, но при этом остается участником общего диалога. Такие задачи позволяют:

- обеспечить включенность каждого ученика,
- развивать предметные и универсальные навыки,
- создать пространство для общения, аргументации, обсуждения,
- воспитать учебную самостоятельность и инициативу.

Все это звучит хорошо в теории, но как это работает на практике? Давайте посмотрим на простой, но показательный пример – ситуацию, знакомую каждому ученику: выбор между двумя скидками в магазине.

ПРИМЕР 1.

Тема: «Проценты и пропорции» – 7 класс.

Учебная ситуация: «Скидка или выгода?»

Ключевой навык: Применение процентов и пропорций для сравнения и выбора.

Сюжет. Ваш друг подходит к вам с рекламным листком из магазина и говорит: «Смотри! Тут написано: «Скидка 30% на второй товар!» – но рядом еще одна акция: «Купи 2 по цене 1.5».

Я запутался... Какая из них выгоднее? Где реально меньше платить?

Ваша задача – помочь другу разобраться. Нужно сделать расчеты, сравнить условия и объяснить свой выбор.

Ядро (общее задание для всех):

- Если первый товар стоит 100 сомони, рассчитай цену второго товара со скидкой **30%**. Сравни общую стоимость покупки по первой акции с вариантом **«2 за 1.5»**.

Уровень А (сравнение фиксированной цены):

1. Вычисли итоговую стоимость покупки по каждой акции.
2. Определи, где покупка дешевле.
3. Объясни, как применялись проценты и от чего они считались.

Уровень В (условия с разными ценами):

1. Измени данные: пусть товары стоят, например, 120 и 80 сомони.
2. Повтори расчеты.
3. Сделай вывод: изменилась ли выгодность акций и почему?

Уровень С (конструирование собственной акции):

1. Придумай и рассчитай новую акцию, которая будет выгодна и покупателю, и магазину. Обоснуй, в чем ее баланс и привлекательность.

Взаимодействия и коммуникация

- Работа в парах: один считает, второй объясняет.
- Затем пары объединяются в мини-группы и сравнивают выводы.
- На доске формируется таблица с примерами и результатами.

Таблица для наглядности и обсуждения

Цена товара	Скидка 30% на второй	Общая стоимость (вариант 1)	Цена «2 за 1.5»	Общая стоимость (вариант 2)	Выгоднее
100	$100 \times 0.7 = 70$	$100 + 70 = 170$	$100 \times 1.5 = 150$	150	Акция 2
120	$120 \times 0.7 = 84$	$120 + 84 = 204$	$120 \times 1.5 = 180$	180	Акция 2
80	$80 \times 0.7 = 56$	$80 + 56 = 136$	$80 \times 1.5 = 120$	120	Акция 2

Рефлексия: что оказалось самым простым? А что – вызвало затруднение? Почему одна акция выгоднее другой? Как это можно объяснить словами, а не только числами? Что нового вы поняли о ценах, скидках и реальных покупках?

Методический комментарий

Ситуация близка к повседневному опыту школьников и развивает не только вычислительные навыки, но и *финансовую грамотность* и *критическое мышление*.

Разные уровни позволяют варьировать сложность, а возможность предложить собственную акцию (уровень С) способствует *творчеству* и *инициативности*.

Групповая работа и обсуждение решений усиливают развитие математической речи и понимание процентных отношений.

Использование таблицы делает расчеты наглядными и облегчает *аналитическое сравнение* вариантов.

Теперь, опираясь на этот практический пример, перейдем к рассмотрению **структуры** многослойной учебной ситуации: как она устроена, из каких компонентов состоит и как их можно продумывать при подготовке к уроку.

Структура многослойной учебной ситуации

Каждая ситуация строится по определенному алгоритму. Вот его примерная структура:

Компонент структуры	Педагогическая функция	Описание/характеристика
1. Мотивационный контекст / сюжет	Вовлечение, пробуждение интереса	Жизненная ситуация, сюжет, вопрос с открытым концом – вызывает любопытство и желание разобраться
2. Ядро (может быть на основе уровня А)	Обеспечение общего входа в задачу	Простое, доступное задание, связанное с учебной темой. Выполнимо для большинства учеников, формирует опору для дальнейших уровней
3. Уровни / слои	Дифференциация по уровню сложности, развитие мышления и навыков	Задания разного уровня сложности в рамках одной учебной ситуации: А – прямое применение знаний В – анализ, сравнение, объяснение С – творческие, исследовательские или проектные задания
4. Взаимодействия и коммуникация	Развитие математической речи, навыков совместной работы, аргументации	Работа в парах и группах, обсуждение решений, распределение ролей, аргументация, мини-презентации, вопросы к товарищам и общее обсуждение
5. Рефлексия	Осмысление выполненной работы, развитие навыков самоконтроля и метапознания	Обсуждение: что получилось, что вызвало трудности, какие стратегии были эффективны, чему научились. Возможен самоанализ и взаимная обратная связь

Чтобы лучше понять, как работает такой подход на практике, ниже приведены конкретные примеры многослойных учебных ситуаций. Каждый из них привязан к теме учебного плана и рассчитан на определенный уровень учеников.

ПРИМЕР 2.

Тема: «Линейные функции» – 9 класс.

Ситуация: «Зарплата за сдельную работу»

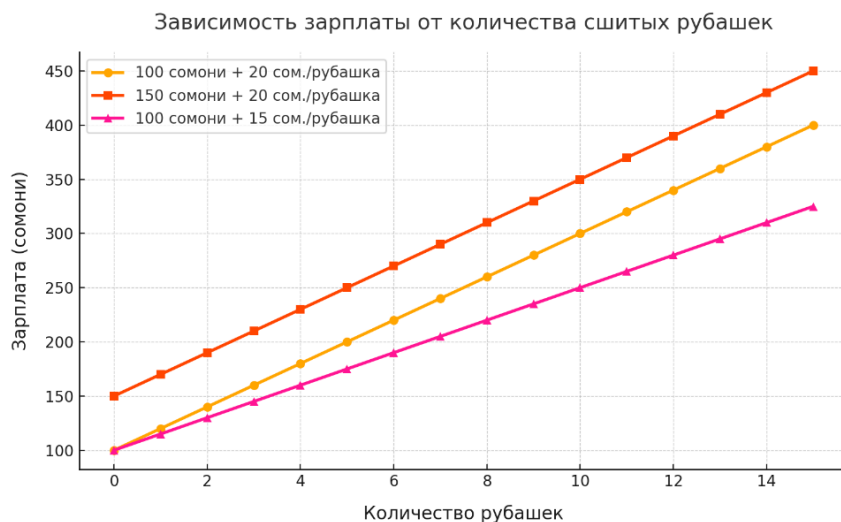
Ключевой навык: Построение и интерпретация линейной зависимости в прикладной задаче.

Сюжет. Ваш друг хочет устроиться на швейную фабрику. Ему предлагают сдельную оплату: фиксированная сумма + оплата за каждую сшитую рубашку. Он просит вас помочь разобраться, какая схема оплаты будет выгоднее.

Ядро (уровень А – построй и посчитай):

Фабрика платит **100** сомони фиксированно + **20** сомони за каждую сшитую рубашку. Построить таблицу значений и график зависимости зарплаты от количества рубашек.

График помогает визуально оценить, какая модель выгоднее при разных объемах труда.



Уровень В (интерпретируй и сравни):

Исследуйте, как изменяется график, если:

- фиксированная часть увеличивается до 150 сомони;
- ставка за рубашку меняется на 15 сомони.

Уровень С (спланируй и обоснуй):

- сравните 2–3 схемы оплаты с разными параметрами.
- построить графики и обосновать, какая из них наиболее выгодна для разных работников (новичка, опытного и т.д.).

Взаимодействия и коммуникация: Учащиеся работают в группах. Один ученик составляет таблицу, другой чертит график, третий делает выводы. Группы защищают свои схемы и сравнивают модели.

Рефлексия: Какие параметры (фиксированная часть или ставка) сильнее влияют на итоговую зарплату? Что бы ты посоветовал другу, если он новичок и шьет медленно? Что было понятнее через таблицу, а что – через график? Какая модель тебе показалась наиболее справедливой? Почему?

Методический комментарий

Ситуация моделирует реальную жизненную задачу, понятную и интересную подросткам. Она помогает учащимся осмыслить параметры линейной функции в прикладном контексте и увидеть за формулами реальные сценарии. Сравнивая графики, ученики анализируют разные модели оплаты. Это развивает функциональное мышление, умение работать с несколькими математическими моделями. А групповая работа способствует формированию математической речи, аргументации и навыков сотрудничества.

ПРИМЕР 3.

Тема: «Квадратные функции» – 10 класс.

Учебная ситуация: «Фейерверк»

Ключевой навык: Анализ квадратной функции и интерпретация ее характеристик.

Сюжет. Ты – член команды инженеров, разрабатывающих праздничный фейерверк для школьного фестиваля. Один из вариантов траектории задан функцией. Исследуй ее, сделай расчеты и предложи улучшение.

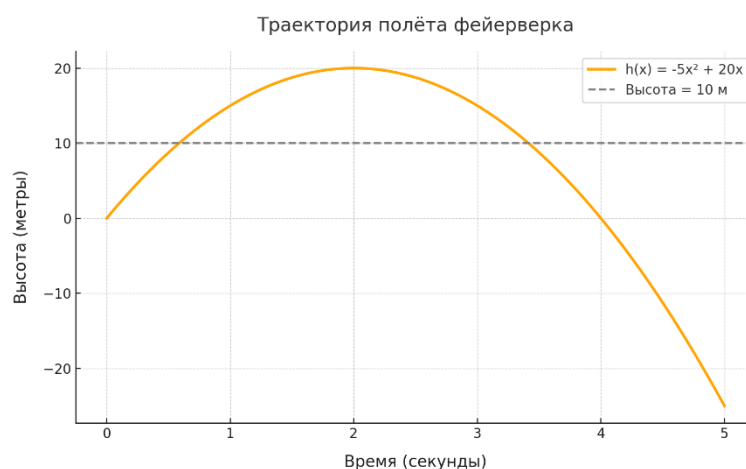
Ядро (базовая задача – для всех):

- Построй график функции $h(x) = -5x^2 + 20x$, где h – высота в метрах, x – время в секундах.

На графике четко видна вершина параболы – момент, когда фейерверк достигает максимальной высоты, а также точки начала и завершения полета (нули функции). Это помогает учащимся буквально «увидеть» смысл коэффициентов: как параметр влияет на длину и высоту полета.

Уровень А (нахождение значений):

1. Определи максимальную высоту, на которую поднимается петарда.
2. Найди нули функции – время подъема и падения петарды на землю.
3. Объясни смысл этих точек в контексте задачи.



Уровень В (работа с интервалами значений):

1. Определи, в какие моменты времени петарда находится > 10 м.
2. Объясни это с помощью графика (область над прямой $y = 10$) и алгебраически – реши неравенство.

Уровень С (моделирование и изменение параметров):

1. Подбери коэффициенты функции так, чтобы:
 - максимальная высота была 30 м.
 - продолжительность полета – 6 сек.
2. Построй новый график и сравни с исходным.

Взаимодействия и коммуникация: работа в парах над ядром и уровнем А. Работа в группах на уровнях В и С, с последующей презентацией результатов и взаимных вопросов.

Фронтально – класс обсуждает: какие параметры ответственны за «высоту», форму и «длительность» полета?

Рефлексия: что показал график? Как изменение параметров влияет на форму и свойства функции? Какие способы решения ты выбрал – и почему? В чем ты стал увереннее?

Методический комментарий

Ситуация – типичный пример *математического моделирования*, где абстрактные коэффициенты получают реальный физический смысл. Задание сочетает визуальное представление (график) с алгебраическим анализом: учащиеся строят функцию, находят вершину, решают уравнения и анализируют параметры. Это развивает не только алгебраические навыки, но и *креативность, интерпретацию и воображение*. Задача усиливает функциональное мышление, математическую речь и умение адаптировать модель под цель.

Перед тем как двигаться дальше, остановимся и взглянем на представленные учебные ситуации – не только как на математические задания, но и как на **инструменты педагогического воздействия**. Задания про зарплату и фейерверк – это не просто «построй график» или «реши уравнение», а *богатые образовательные сценарии*, где происходит работа с мышлением, речью, самооценкой и реальной мотивацией.

Предлагаем вам ответить на несколько контрольных вопросов. Они помогут оценить, насколько такие ситуации действительно способствуют обучению в деятельностном и развивающем ключе.

Контрольные вопросы (ответы: да / нет / скорее да)

1. Была ли в ситуации *жизненная логика*, узнаваемый или близкий контекст?
2. Позволяла ли задача ученику *развернуть рассуждение*, а не просто применить алгоритм?
3. Присутствовала ли *работа в паре* или *группе*, обсуждение, взаимопомощь?
4. Мог ли *каждый ученик почувствовать успех*, независимо от уровня?
5. Создает ли ситуация предпосылки для формирования *положительной учебной самооценки* (я знаю, я понимаю, я могу ...)?
6. Есть ли в задании элементы *выбора, исследования, сравнения*?
7. Способствовала ли работа *развитию математических понятий*?
8. Использовались ли *разные представления* (таблицы, формулы, графики)?
9. Развивались ли в процессе работы *компетенции 4К+*?
10. Видно ли, как задание помогает перейти *от знания к пониманию, от решения к осмыслению*?

Если на большую часть вопросов вы ответили «да» или «скорее да», значит, вы уже видите, в чем сила многослойных учебных ситуаций. Это не просто усложнение заданий – это **новый подход к построению урока**, где важны не только «правильные ответы», но и *ход мысли, совместная деятельность и осмысленное продвижение каждого ученика*.

Теперь, когда у нас есть понимание структуры и педагогической ценности, перейдем к другим примерам, иллюстрирующим этот подход в разных темах и классах.

ПРИМЕР 4.

Тема: «Анализ графиков и диаграмм» – 10 класс.

Ситуация: «Популярность мобильных приложений».

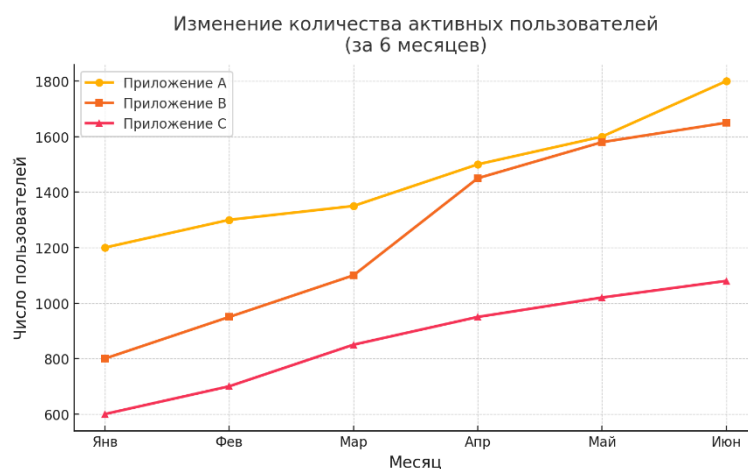
Ключевой навык: Анализ графиков, извлечение количественных выводов из данных.

Сюжет. Компания отслеживает рост числа пользователей трех мобильных приложений за 6 месяцев. Данные представлены на графике. Вы – члены аналитической команды, вам нужно исследовать и представить выводы для владельцев приложений.

Ядро (общее задание для всех):

Рассмотри график и определи:

1. Какое приложение показало наибольший рост?
2. В каком месяце и у какого приложения наблюдался наибольший рост числа пользователей?



Уровень А (прямое чтение данных):

1. Сколько пользователей было у приложения А в мае?
2. Определи, в каком месяце рост начал замедляться.

Уровень В (осмысление и интерпретация):

1. Сравни два приложения по стабильности роста.
2. Какой тип функции: линейная, экспоненциальная, логарифмическая – лучше описывает рост каждого приложения? Почему?

Уровень С (обобщение и прогноз):

1. Придумай собственную диаграмму для сравнения эффективности приложений и представь ее классу.
2. Построй прогноз на следующие два месяца для каждого приложения (на основе тренда).

Взаимодействия и коммуникация: индивидуальная или парная работа над ядром.

Смысловая интерпретация, алгебраический анализ и обсуждение прогнозов в группе.

Рефлексия: какие виды графиков тебе помогли лучше понять ситуацию? Что было сложнее: считывать данные или делать прогноз? Как изменилось твое понимание функций на практике?

Методический комментарий

Эта задача позволяет отработать умения читать и интерпретировать графики, а также использовать числовые данные для анализа. Многослойная структура помогает задать единый контекст, но при этом направить учащихся по разным траекториям рассуждения – от фактического чтения до прогнозирования и аргументации.

Перед тем как перейти к заключительному примеру, важно пояснить ключевое понятие, которое неоднократно использовалось во всех приведенных учебных ситуациях – математическая модель.

Значение модели в учебной математической задаче

Под моделью понимается формализованное описание ситуации с помощью математических средств – формул, графиков, таблиц, схем. Это мост между реальной жизнью и математикой. Например:

- В задаче про зарплату: модель – линейная функция, где x – количество рубашек, a – оплата за одну, b – базовая ставка.
- В задаче про фейерверк: модель – квадратная функция, описывающая зависимость высоты от времени.

Модель позволяет не просто «посчитать», а **понять поведение системы**, исследовать ее и принимать обоснованные решения. Работа с моделью развивает аналитическое мышление и дает ученикам чувство реальной значимости математики.

Тема	Тип модели	Особые акценты
Проценты	Табличная, арифметическая	Финансовая грамотность, анализ
Линейные функции	График, формула	Сравнение моделей, аргументация
Квадратичные функции	Функция в прикладном контексте	Моделирование, изменение параметров, влияние коэффициентов
Анализ графиков	Функциональная зависимость во времени	Интерпретация данных, прогнозирование

ПРИМЕР 5

Тема: «Производная и исследование функции» – 11 класс.

Ситуация: «Оптимальная упаковка»

Ключевой навык: Вычисление производной и критических точек, интерпретация экстремума.

Сюжет. Компания изготавливает коробки для упаковки продукции. Цель – минимизировать количество используемого материала, сохранив заданный объем. Возникает задача оптимизации: при каких размерах коробка будет наиболее экономной?

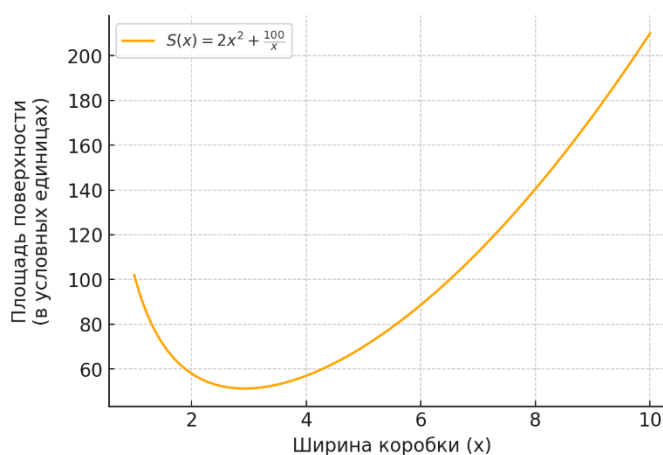
Ядро (уровень А – найди минимум):

Найти минимум функции $S(x) = 2x^2 + 100/x$

Где x – ширина основания коробки, $S(x)$ – площадь используемого материала

График позволяет учащимся увидеть, как функция сначала убывает, затем возрастает, а ее минимум – это оптимальная точка. Благодаря визуализации становится понятно, как производная «работает» на практике: она помогает находить наилучшие решения. Это важный шаг от формального построения производной функции к ее осмысленному применению.

Функция площади упаковки в зависимости от ширины



Уровень В (поясни и интерпретируй):

- Обоснуйте смысл решения: при каком x коробка требует наименьшее количество материала. Объясните, что это значит для оптимизации и экономии ресурсов.

Уровень С (сконструируй альтернативу):

- Придумайте другую форму упаковки (например, цилиндр, другая пропорция основания), составьте свою функцию площади и исследуй ее. Сравните полученные результаты и сделай вывод о практической пользе.

Взаимодействия и коммуникация. Работа в мини-группах:

- один ученик дифференцирует,
- другой чертит график,
- третий объясняет результат.

Затем группы защищают свои решения и сравнивают разные упаковки. Возможна организация мини-дискуссии: «Какая форма упаковки экономичнее и почему?»

Рефлексия: что дало графическое представление? Что было для тебя новым в этой задаче? Как бы ты объяснил эту задачу тому, кто знает производную, но не видит ее смысла?

Методический комментарий

Эта задача – пример осмысленного применения производной в реальном контексте.

Ученики работают с математической моделью, которая описывает зависимость площади упаковки от ее размеров. Благодаря этому становится ясно, что формула – не абстракция, а способ описывать и решать практические задачи.

Анализ функции помогает оптимизировать расходы – это развивает не только математические, но и предпринимательские компетенции. Ситуация соединяет алгебраические навыки, визуальное мышление и аргументацию. Именно такие задания формируют умение применять математику для принятия решений.

Заключение

Использование многослойных учебных ситуаций в преподавании математики открывает перед учителем новые возможности – как для дифференциации, так и для формирования ключевых компетенций. Такие задачи позволяют каждому ученику участвовать в общем учебном процессе, но на своем уровне и с возможностью роста, а значит – способствуют осмысленному обучению. Математика из формул и уравнений превращается в среду развития навыков 4К+.

Это не просто методика – это способ сделать обучение гибким, интересным и значимым для каждого ученика.

Подведение итогов: ключевые выводы

1. **Учебная ситуация** — это специально спроектированный фрагмент урока, в котором ученик не просто решает задачу, а действует: анализирует, моделирует, делает выбор и аргументирует.
2. **Структура учебной ситуации включает:** жизненный контекст, проблему с несколькими вариантами решений и зону выбора.
3. **Многослойная учебная ситуация** — это структура, в которой есть общее доступное ядро и задания разного уровня сложности. Такой формат позволяет включить всех учеников в общее задание, не теряя индивидуального темпа и стиля мышления.
4. Работа с учебными ситуациями способствует развитию **ключевых компетенций 4К+**: критического мышления, креативности, коммуникации, кооперации — в связке с предметными умениями.
5. Для успешной реализации учебной ситуации важно продумывать ее **структуру**: мотивационный контекст, ядро, уровни сложности, формы взаимодействия и рефлексии.
6. Метод учебных ситуаций в математике помогает сделать предмет ближе к реальности, усиливает мотивацию, позволяет ученику видеть смысл задач и применять знания в новых условиях.

Рефлексивные вопросы

1. Что в понятии «учебная ситуация» оказалось для вас новым или неожиданным?
2. В чем, по-вашему, основное отличие учебной ситуации от традиционного задания?
3. Какие элементы структуры учебной ситуации вам кажутся особенно важными? Почему?
4. Какие сложности вы предвидите при внедрении учебных ситуаций в свой урок?
5. Как вы будете определять, «сработала» ли учебная ситуация на уроке?
6. Какие формы взаимодействия (группы, пары, обсуждения) наиболее эффективны в рамках учебной ситуации – и почему?
7. Какой шаг вы готовы предпринять на следующем уроке, чтобы начать использовать подход учебных ситуаций?



САМОПРОВЕРКА: ЧТО Я ЗАПОМНИЛ, В ЧЕМ РАЗОБРАЛСЯ?

Лист самооценки 3.1

Выберите один правильный ответ

1. Чем учебная ситуация отличается от обычного задания?

- A) Предлагает задание с повышенной сложностью
- B) Ориентирована на стандартное применение знаний
- C) Включает реальный или смоделированный контекст, допускает разные пути решения
- D) Строится по типу «вопрос – ответ» с единственно верным решением
- E) Является традиционным упражнением по теме

2. Какой элемент обязательно входит в структуру учебной ситуации?

- A) Мотивационный сюжет, связанный с содержанием темы
- B) Проверка домашнего задания в начале урока
- C) Объяснение нового материала учителем
- D) Набор формул и теоретических сведений
- E) Контрольная работа с закрытыми вопросами

3. Что делает учебную ситуацию многослойной?

- A) Последовательность из нескольких задач по одной теме
- B) Наличие заданий с разным уровнем сложности и углубления
- C) Использование формул и таблиц при решении
- D) Применение наглядности и опорных схем
- E) Переход от индивидуальной к фронтальной работе

4. Какой из примеров можно считать учебной ситуацией?

- A) Решите 10 задач на проценты по образцу
- B) Найдите площадь треугольника по формуле
- C) Спланируйте форму клумбы треугольной формы, опираясь на условия
- D) Ответьте на вопросы по теме «Геометрические фигуры»
- E) Повторите правила вычисления площадей

5. Какие цели достигаются при работе с учебной ситуацией?

- A) Отработка стандартного алгоритма и проверка знаний
- B) Запоминание формул и умений по шаблону
- C) Закрепление выученного материала без дополнительных заданий
- D) Развитие ключевых компетенций и математического мышления через действие
- E) Контроль за правильностью решений и выполнением домашней работы

ЗАНЯТИЕ 2

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ:

3. Анализировать учебные ситуации по заданным критериям
4. Проектировать учебные ситуации, с учетом **ключевого навыка** и **уровней сложности**



ПРАКТИКУМ: ОТ РАЗБОРА К ПРОЕКТИРОВАНИЮ

Практикум 1. Разбор готовой учебной ситуации

Цель. Научиться **распознавать** элементы учебной ситуации и **анализировать** ее структуру.

Формат: работа в парах.

Тема: «Десятичные дроби» – 7 класс.

Учебная ситуация: «Сломанный калькулятор».

Ключевой навык: Комбинирование арифметических действий (умножение, деление, округление) с десятичными дробями.

Сюжет. Ваш знакомый работает кассиром в магазине. У него на кассе стоит старый калькулятор. Несколько клавиш сломались: нельзя ввести точку, знак деления и цифру 0. Покупатель спрашивает: «Сколько будут стоить 1.5 кг яблок по 13.6 сомони за кг?»

Задача. Помогите кассиру рассчитать стоимость, используя только бумагу и калькулятор с ограниченными функциями. Покажите, как можно обойти ограничения.

Работа в парах:

1. Прочитайте внимательно описание учебной ситуации. Запишите ответы.

Компонент структуры	Ваш ответ
Контекст: Какая жизненная или учебная ситуация предложена?	
Проблема: В чем противоречие или затруднение для ученика?	
Действие: Что должен сделать ученик? Какие шаги предпринять?	
Выбор: Есть ли несколько возможных решений? В чем они заключаются?	
Результат: Какой продукт/вывод/действие ожидается от ученика?	

2. *Дополнительные вопросы для обсуждения:*

- Какие математические навыки развивает эта ситуация?
- Какие компетенции 4К+ здесь активируются?
- Насколько такой сюжет может быть интересен вашим ученикам?

Практикум 2. Педагогический разбор учебной ситуации

Цель. Оценить сильные и слабые стороны учебной ситуации с точки зрения методики.

Форма работы: Обсуждение в малых группах.

Тема: «Сравнение величин, пропорциональность» – 7 класс.

Учебная ситуация: «Цены наоборот»

Ключевой навык: Сравнение и интерпретация количественных данных.

Сюжет. В местном магазине на полке стоят соки одной марки, но разной фасовки:

- 2 литра – 17 сомони
- 1 литр – 8.80 сомони
- 0.5 литра – 5.75 сомони
- Есть акция: «При покупке 4 упаковок 0.5 л – одна бесплатно».

Продавец говорит: «Покупатели часто берут по 0.5 л, думают, что так экономят. Я уже не спорю, но я думаю – это только так кажется».

Задание:

1. Проверьте, действительно ли выгоднее брать сок в мелкой фасовке с учетом акции.
2. Сравните итоговую стоимость:
 - 2 л в одной упаковке
 - 4×0.5 л (но одна бесплатно)
 - 2×1 л
3. Сделайте вывод: в каком варианте цена за литр минимальна?
4. Объясните, почему при одинаковом объеме цена может быть разной.
5. Какую упаковку вы бы посоветовали взять? Почему?

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ РАЗБОР

1. Какие элементы ситуации кажутся вам наиболее эффективными? Почему? (например: сюжет, наличие выбора, мотивация учеников, математическая суть и др.)	
2. Что вызывает сомнения или трудности? (формулировки, доступность для учеников, объем действий, реализация на практике)	
3. Какие компетенции формируются в ходе работы с этой ситуацией? <i>Отметьте галочкой и поясните:</i> <input type="checkbox"/> Критическое мышление <input type="checkbox"/> Креативность <input type="checkbox"/> Коммуникация <input type="checkbox"/> Кооперация <input type="checkbox"/> Математические умения	
4. Что бы вы улучшили или адаптировали в этой ситуации под свой класс? (например: изменить сюжет, дать подсказки, добавить визуальные элементы и т.п.)	

Практикум 3. Проектирование собственной учебной ситуации

Цель: Отработать полный цикл создания учебной ситуации.

Форма работы: в парах или тройках

Инструкция:

1. **Выберите тему** из школьной программы по математике (7–11 класс), которая вам хорошо знакома.
2. **Разработайте учебную ситуацию**, опираясь на 5 компонентов структуры:
 - **Контекст** (жизненный, учебно-значимый, мотивирующий):
 - **Проблема** (что нужно решить, в чем затруднение или неопределенность):
 - **Действия ученика** (что он должен сделать: рассчитать, сравнить, доказать...):
 - **Выбор** (варианты решения, разные подходы, суждения):
 - **Ожидаемый результат** (продукт, вывод, модель, решение):
3. **Подготовьте краткую презентацию** (устно на 2–3 минуты):
 - Для какой темы и класса
 - Название ситуации
 - Ключевой навык
 - В чем педагогическая ценность?

Быстрая самопроверка: Чек-лист качества

Оцените свою учебную ситуацию по критериям. Отметьте те пункты, которые реализованы в вашей ситуации:

1. Контекст жизненный, а не формальный или искусственный	<input type="checkbox"/>
2. Есть проблема – не просто задание, а затруднение, вызов	<input type="checkbox"/>
3. Есть четкая связь между проблемой и ключевым навыком	<input type="checkbox"/>
4. Ученик включается в активное действие	<input type="checkbox"/>
5. Присутствует выбор (варианты решения, стратегий, позиций)	<input type="checkbox"/>
6. Есть результат – продукт, вывод, решение	<input type="checkbox"/>
7. Ситуация встроена в тему урока и учебный процесс	<input type="checkbox"/>

- Если вы отметили 5-6 пунктов – ситуация получилась полноценной.
- Если меньше – подумайте, что можно усилить.

Практикум 4. Проектирование многослойной учебной ситуации

Цель: Научиться создавать многослойную учебную ситуацию с усложнением заданий, возможностью выбора для ученика, коммуникативными элементами и рефлексией.

Форма работы: в группах.

Задание:

1. Выберите **тему из школьной программы** (7–11 класс).
2. Определите **ключевой навык**, который будет развиваться.
3. Заполните шаблон ниже, двигаясь по слоям.
4. Подготовьте короткую презентацию от группы.

Шаблон для проектирования

Тема и класс
Ключевой навык
Контекст (связанный с жизнью)
Ядро (Уровень А)	Базовое задание, доступное всем:
Уровень В (средний)	Углубление, вариативность:
Уровень С (творческий)	Открытость задания, выбор стратегии:
Форма коммуникации	(Парная работа, мини-группы, защита и пр.)
Вопросы для рефлексии

Оценка качества многослойной учебной ситуации

Критерий	Что проверять	✓
Контекст/ сюжет	Ситуация встроена в жизненный сюжет или реальную задачу, а не абстрактна	<input type="checkbox"/>
Ключевой навык	Четко сформулирован, понятно, чему ученик учится	<input type="checkbox"/>
Множественность решений	Допускается несколько подходов, ответов, необходимо рассуждать, объяснять, моделировать	<input type="checkbox"/>
Связь с учебной темой	Ситуация соответствует программе, помогает освоить конкретный учебный материал	<input type="checkbox"/>
Практические элементы	Используются схемы, таблицы, рисунки, объекты, реальные данные и т.п.	<input type="checkbox"/>
Формируются ключевые компетенции (4K+)	Задание развивает критическое мышление, креативность, коммуникацию, сотрудничество и умение учиться	<input type="checkbox"/>

Оценка структуры многослойности (А–В–С)

Уровень	Что должно быть	✓
А (базовый)	Доступное всем учащимся, соответствует ключевому навыку и теме	<input type="checkbox"/>
В (усложнение)	Новые условия, дополнительные данные, требует гибкости	<input type="checkbox"/>
С (творческий)	Открытое или вариативное задание, где нужно выбрать подход или сконструировать решение	<input type="checkbox"/>
Логическая связность уровней	Все уровни разворачиваются вокруг одной проблемы, не выглядят как три отдельные задачи	<input type="checkbox"/>

ТЕМА 3.2.

Развитие критического мышления в преподавании математики

Рамочная структура темы

Что важно знать

- Критическое мышление – часть самого математического действия.
- Оно включает: постановку вопросов, сомнение в ответах, анализ условий, поиск альтернатив, аргументацию решений.
- Среда урока – «третий учитель»: допускает вопросы, гипотезы, ошибки и обсуждение.
- Критическое мышление проявляется по-разному в арифметике, алгебре, геометрии, анализе данных.

Что нужно уметь

- Распознавать задания, которые развивают критическое мышление.
- Преобразовывать типовые задания в «пространства рассуждений».
- Проектировать ситуации, включающие не только вычисление, но и анализ, сравнение, сомнение, обсуждение.
- Оценивать задания и уроки с точки зрения развития критического мышления.

Ключевые вопросы для обсуждения

- Что в учебной задаче помогает ученику задуматься, усомниться, сравнить, защитить позицию?
- Каковы признаки заданий, которые не просто тренируют, но запускают мышление?
- Что нужно изменить: в формулировках, в заданиях, в обсуждении – чтобы «запустить» критическое мышление?

РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

По завершению изучения этой темы Вы сможете делать следующее:

РО 1. Понимать, что такое критическое мышление в математике и как оно проявляется на уроке

РО 2. Объяснять ключевые характеристики заданий, которые стимулируют критическое мышление

РО 3. Преобразовывать типовые задачи в учебные ситуации с элементами анализа, исследования и обсуждения

РО 4. Проектировать собственные задания, опираясь на принципы критического мышления

Введение

В этой теме мы вместе с вами погрузимся в понятие *критического мышления* и рассмотрим, как оно проявляется в математике. Вы увидите, что критическое мышление – это не дополнительный компонент, не «надстройка», а центральная часть современного урока. Это способ научить ученика задаваться вопросами, искать обоснования, сомневаться и доказывать.

В первой части занятия мы разберем: что такое критическое мышление и почему оно важно именно в математике. Какие задания его развивают, а какие – блокируют. И конечно, как создать атмосферу на уроке, где допускаются сомнения и поиск альтернатив.

В практической части: вы попробуете проанализировать упражнения с точки зрения критического мышления, преобразовать стандартные задания в исследовательские, и в завершении создадите свою учебную ситуацию с «точками входа» для рассуждения, сомнения и обсуждения.



Значение основных терминов

Критическое мышление – это способность ученика анализировать информацию, сомневаться в готовых ответах, формулировать гипотезы, исследовать, аргументировать свою позицию и делать обоснованные выводы.

Учебная ситуация – это специально спроектированная задача, которая побуждает ученика к размышлению, исследованию, обсуждению и поиску доказательств.

Аргументация – это умение объяснить, почему данное решение или способ рассуждения является верным, с опорой на математические свойства, логику и вычисления.

Сомнение – это начало критического мышления: ученик задает вопросы, стремится проверить гипотезу. Именно сомнение открывает путь к исследованию и уточнению.

Выбор стратегии – это способность выбирать способ решения в зависимости от задачи, цели и доступных инструментов.

Анализ задания – это понимание структуры задачи, выявление скрытых смыслов, ключевых точек и возможностей для разных трактовок.

Визуальная интерпретация – это способность читать и критически оценивать графики, диаграммы и другие наглядные формы представления данных.

Коммуникация – это обсуждение, защита своей позиции, совместное рассуждение. Критическое мышление развивается в диалоге с другими: в парах, группах или классе.

ЗАНЯТИЕ 1

РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ:

1. **Понимать**, что такое критическое мышление в математике и как оно проявляется на уроке
2. **Объяснять** ключевые характеристики заданий, которые стимулируют критическое мышление



НАЧНЕМ С ПРОСТОГО

Что Вы уже знаете и понимаете?

1. Ассоциация: что приходит в голову?

- **Задание для групп:** когда вы слышите фразу «критическое мышление в математике», какие *три слова или ассоциации* возникают у вас в первую очередь? Составьте общий список.

Вопрос: как вы думаете, какие из этих ассоциаций ближе к реальной практике, а какие – скорее ожидание?

2. Задание для групп: выберите *ОДИН* вопрос и подготовьте краткий ответ.

1. В каких темах математики легче всего развивать критическое мышление?
2. Как вы думаете, что помогает, а что мешает развитию критического мышления учащихся? Причислите 2-3 поддерживающих и ограничивающих факторов.

3. Быстрая самооценка: ответьте на утверждения.

Утверждения	✓	○	х
Я задаю на уроках вопросы, на которые нет единственно правильного ответа			
Учащиеся объясняют и защищают свои решения			
Я использую реальные жизненные контексты в математике			
Ошибки – это повод для обсуждения, а не только для исправления			
На моих уроках допустимо сомневаться и спорить			

✓ — «Да, это про меня»;

○ — «Иногда»;

х — «Пока нет».

4. Задание для групп: анализ ситуации.

- Средний балл класса по математике – 3,8. Один ученик говорит: «Это значит, что почти все учатся на 4».

Вопрос: Согласны ли вы с этим утверждением? Обоснуйте.



ЧТО ВАМ НУЖНО УЗНАТЬ?

Прочитайте внимательно информационный лист 3.2, после чего проведите самопроверку своего понимания, используя лист самооценки 3.2.

Информационный лист 3.2

1. КРИТИЧЕСКОЕ МЫШЛЕНИЕ В ШКОЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ

Почему критическое мышление становится одной из ключевых задач школьного образования XXI века? Потому что ученику недостаточно просто знать формулу или уметь подставить значения в уравнение. Важно уметь задать вопрос, увидеть, где решение может быть ошибочным, отличить правдоподобный ответ от точного, проверить предпосылки и аргументировать свою точку зрения.

Когда мы говорим о критическом мышлении на уроке математики, важно сразу снять два мифа. Первый – будто это что-то «отдельное» от предмета: мол, есть математика, а есть «умение сомневаться». Второй – будто это свойство «умных», которое либо есть у ученика, либо нет. На деле критическое мышление – это *неотъемлемая часть математического действия*, и оно развивается в процессе обучения, шаг за шагом.

Что мы называем критическим мышлением?

Это способность:

- задавать уточняющие вопросы к условиям задачи;
- проверять, насколько результат «имеет смысл»;
- замечать противоречия между разными представлениями (графиком, таблицей, формулой);
- находить логические ошибки и предлагать альтернативные подходы;
- аргументировать выбор способа решения.

Все это и составляет суть **критического мышления** – способности анализировать, сомневаться, аргументировать и делать обоснованные выводы в условиях неопределенности.

Но как это проявляется на практике? Рассмотрим примеры, в которых стандартные задания превращаются в задачи, требующие мышления, выбора стратегии и аргументации.

ПРИМЕР 1. Типовое задание и задание с мышлением

Тема: «Сравнение дробей» – 7 класс.

Типовое задание: Какая дробь больше: $\frac{3}{7}$ или $\frac{4}{9}$

Учебная ситуация с элементами критического мышления.

Учитель не просит считать. Вместо этого – обсуждение:

- «Можно ли догадаться без вычислений?»
- «Если представить пироги, порезанные на 7 и на 9 частей — какая доля больше?»
- «А можно ли привести обе дроби к общему знаменателю? А нужно ли?»

Методический комментарий. Такой подход не только учит сравнивать дроби, но и развивает интуицию, моделирование и обоснование. Ученик не просто «нашел ответ», он понял почему, усомнился, сравнил, аргументировал. Именно в таких моментах и рождается критическое мышление.

Применение критического мышления особенно ярко проявляется в ситуациях, где требуется не просто вычисление, а осмысленное сравнение вариантов, анализ условий и принятие обоснованного решения. Ниже приведен пример такой учебной ситуации.

ПРИМЕР 2. Ситуация для развития критического мышления

Тема: «Проценты» – 8 класс.

Учебная ситуация: «Скидка или бонус?»

В двух магазинах продаются одинаковые смартфоны.

- В первом магазине цена – 2000 сомони, со скидкой 10%.
- Во втором – акция: «Купи за 2200 сомони, и получи на 300 сомони подарочную карту».

Вопрос: где выгоднее купить?

Что здесь важно?

Речь не о том, кто быстрее выполнит вычисления, а кто **заметит**, что:

- подарочная карта – это не реальная скидка, а отложенная выгода;
- скидка 10% – это 200 сомони;
- нужно сопоставить **стоимость** и **ценность подарка**.

Учитель может задать уточняющие вопросы:

- А что значит «выгоднее»? Для кого?
- Что будет, если ученик не собирается тратить карту?
- Как бы ты объяснил это другу, чтобы он не ошибся?

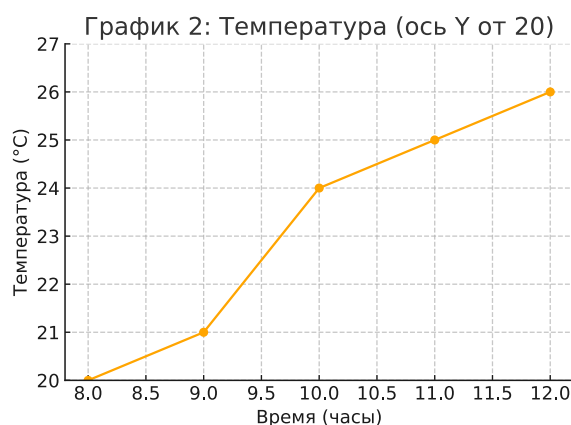
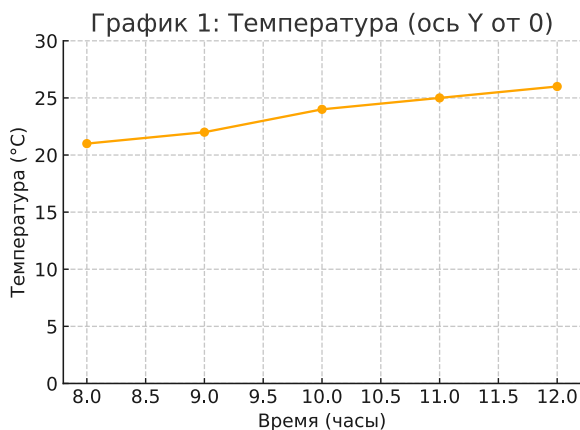
Методический комментарий. Здесь развивается не просто вычислительный навык, а *умение оценить условия, задать уточняющие вопросы, выбрать критерий сравнения*. Это и есть критическое мышление.

Для полноты картины и расширения представлений о критическом мышлении в математике, рассмотрим еще одну ситуацию. На этот раз она связана с графиками – формой представления информации, которая часто воспринимается как нейтральная и «объективная», но на деле тоже требует внимательного анализа и умения видеть возможные искажения.

ПРИМЕР 3. Ситуация для развития критического мышления

Тема: «Функции и графики» – 9 класс.

Учебная ситуация: на графике показан рост температуры. Один ученик говорит: «Произошел резкий скачок». Верно ли это?



Эти графики отлично подходят для обсуждения восприятия визуальной информации: как масштаб влияет на интерпретацию.

График 1: показывает рост температуры с осью Y , начинающейся с нуля. Изменения выглядят умеренными.

График 2: ось Y начинается с 20°C – визуально рост кажется резким, хотя данные одинаковы.

Задание:

- Проанализируй масштаб графика.
- Как влияет вертикальная шкала на восприятие изменения?
- Есть ли реальный скачок, или это визуальная иллюзия?
- Как бы ты построил график, чтобы избежать искажения восприятия?

Методический комментарий. Это задание развивает способность сомневаться в очевидном и оценивать корректность визуальных данных. Ученик должен выйти за рамки «что показано» и задуматься «как показано» и «почему так показано». Такая работа напрямую формирует критическое мышление – способность распознавать и анализировать манипуляции с данными.

Мы рассмотрели три учебные ситуации – одну о сравнении дробей, вторую о финансовом выборе, и третью – о резком скачке на графике температуры. Они различаются по содержанию и возрастной группе, но их объединяет главное: в каждой запускается мыслительный процесс, где сомнение, оценка, аргументация и поиск разных точек зрения становятся неотъемлемой частью работы. Это и есть критическое мышление в действии, хоть и проявляется оно по-разному.

Важно и то, что каждая из этих ситуаций включает элементы взаимодействия: обсуждение в парах/группах, коллективный разбор решений, защита своей позиции. Это вытекает из самой природы учебной ситуации, как мы говорили в теме 2.1. Учебная ситуация – это всегда не просто задание, а пространство обмена мнениями и коллективного мышления.

Критическое мышление проявляется по-разному:

- В арифметике – в умении отличить реальные скидки от манипуляции.
- В геометрии – в анализе построений и поиске контрпримеров.
- В алгебре – в сопоставлении разных форм представления (график, таблица, формула).
- В уравнениях – в сомнении: а не подставили ли мы корень, который не удовлетворяет области допустимых значений?

Эти различия показывают, что критическое мышление нельзя свести к одной формуле – оно проявляется через разные действия: от проверки уравнений до анализа графиков.

Задача учителя – не только «давать тему», а создавать ситуации, в которых ученик думает, как математик: задает вопросы, ищет аргументы, проверяет гипотезы. Именно здесь кроется педагогическая ценность: ученик перестает быть исполнителем и становится *участником рассуждения*.

2. МАТЕМАТИКА – ПРОСТРАНСТВО РАЗМЫШЛЕНИЙ

В преподавании математики важно видеть не только правильность ответов, но и глубину рассуждений, которые к ним ведут. Развитие критического мышления происходит тогда, когда ученик осознает, почему он действует так, а не иначе, и способен оценить полученный результат.

Многие темы школьного курса допускают разные пути решения, а значит создают условия для размышления – анализ, аргументация, обсуждения. Ниже перечислены ряд тем из школьного курса математики, которые особенно хорошо подходят для развития критического мышления (и это далеко не полный список).

Темы для развития критического мышления:

1. Проценты (задачи на сравнение акций и предложений, скрытые комиссии и др.).
2. Геометрические построения и доказательства (признаки фигур, проверка параллельности и перпендикулярности, достаточности данных для утверждения).
3. Функции и графики (чтение и анализ графиков, искажение на диаграммах).
4. Уравнения и их корни (анализ текста задачи перед составлением уравнения, проверка области допустимых значений и посторонних корней).
5. Вероятности и статистика (оценка достоверности выводов по выборке, анализ графиков и диаграмм).
6. Математическое моделирование (перевод реальной ситуации в математическую модель, проверка адекватности).

Теперь давайте рассмотрим, как принципы критического мышления реализуются на практике. Ниже – ряд учебных ситуаций из разных тем: они отличаются по содержанию, но объединены общей логикой – формировать критическое мышление через задавание вопросов, моделирование и обоснование.

ПРИМЕР 4.

Тема: «Линейные уравнение с одной переменной» – 7 класс.

Учебная ситуация: «Что скрыто за уравнением?»

Ключевой навык: Интерпретация алгебраического выражения и применение обратных рассуждений.

Сюжет: на витрине магазина рядом с товаром – странный ценник: $3x + 5 = 20$.

Вопрос: «А что это вообще значит? Почему не написали просто цену?»

Задания:

1. Найдите значение переменной x – сколько стоит один товар?
2. Как вы думаете, что означают $3x$ и 5 ? Откуда могла появиться «пятерка»?
3. Придумайте два возможных сюжета, в которых такое уравнение имеет смысл. Например: доставка + цена за штуку, базовая плата + стоимость кредита.
4. Что изменится, если в уравнении будет $3x + 8 = 20$? А если будет $2x + 5 = 20$?
5. Постройте таблицу значений: сколько стоит x , если итоговая сумма – 15, 20, 25...
6. Какой способ рассуждения вам кажется наиболее понятным: через уравнение, через таблицу, через текстовую задачу?

Можно предложить составить таблицы для разных значений x (пример для пятого задания):

Итоговая сумма	Уравнение	Решение x
15	$3x + 5 = 15$	$x = 3.33$
20	$3x + 5 = 20$	$x = 5$
25	$3x + 5 = 25$	$x = 6.67$

Методический комментарий

Эта учебная ситуация развивает критическое мышление, поскольку требует не просто решения уравнения, а его интерпретации в реальном контексте. Ученик учится видеть за уравнением модель ситуации, предлагает возможные трактовки чисел, аргументирует, какой сюжет может стоять за формулой.

Рекомендуется обсуждение в парах или группах: учащиеся могут сравнивать версии уравнений, уточнять логику друг друга, выбирать наиболее реалистичную модель.

Таким образом, алгебра становится средством анализа, рассуждения и коммуникации – ключевыми элементами критического мышления в математике.

ПРИМЕР 5.

Тема: «Признаки прямоугольника» – 8 класс.

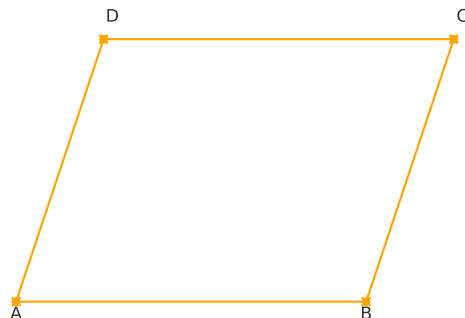
Учебная ситуация: «Верная ли фигура?»

Ключевой навык: Анализ и проверка геометрического утверждения, аргументация математической позиции.

Сюжет. Во время перемены Алишер на доске нарисовал фигуру ABCD. Он утверждает, что построил прямоугольник! На первый взгляд все похоже: углы – почти прямые, стороны – вроде бы равные.

Вам предстоит разобраться (формулировка задания):

1. Достаточно ли оснований утверждать, что это прямоугольник?
2. Какие свойства нужно проверить?
3. Какие признаки прямоугольника вам известны? Применимы ли они здесь?
4. Придумайте хотя бы один способ доказать (или опровергнуть), что ABCD – прямоугольник.
5. Сформулируй, какие дополнительные данные нужны для однозначного ответа.



Обсуждение этих вопросов помогает взглянуть на фигуру не только «на глаз», но и с позиции доказательства. Возникают сомнения, гипотезы, появляются разные версии – а значит, созданы условия для настоящего математического исследования.

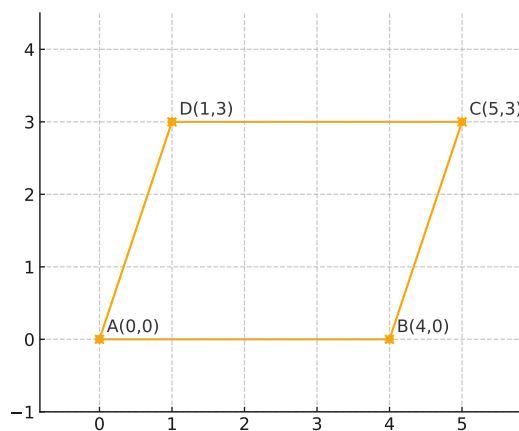
Следующий шаг – перейти к более точному анализу. Давайте построим фигуру ABCD по заданным координатам: A(0, 0); B(4, 0); C(5, 3); D(1, 3).

Включение координат делает задание более математически насыщенным.

Появляется возможность перейти от интуитивных суждений к проверке – *доказать* или *опровергнуть*, действительно ли ABCD прямоугольник.

Задание. Используя координаты, проверьте:

- равны ли противоположные стороны?
- равны ли диагонали?
- есть ли в фигуре прямые углы?
- сформулируй заключение: это прямоугольник или нет? Почему?



Методический комментарий

Данная учебная ситуация содержит все необходимые условия для развития критического мышления. Она запускает сомнение – фигура похожа на прямоугольник, но это не очевидно. Чтобы проверить гипотезу, ученик должен вспомнить признаки прямоугольника, выбрать подходящую стратегию (анализ сторон, углов, диагоналей) и провести проверку. Рекомендуется работа в парах/группах: учащиеся могут предлагать разные способы проверки, спорить о достаточности оснований, формулировать аргументы «за» и «против». Обязательным становится аргументированный вывод – не просто «да» или «нет», а объяснение, почему так. Такая работа формирует привычку анализировать, сомневаться, проверять и доказывать, а это – ключевые компоненты критического мышления в математике.

Давайте сделаем небольшую паузу и подумаем вот о чем: критическое мышление – это не только набор мыслительных операций. Это еще и особая **атмосфера урока**: среда, где допускаются вопросы, сомнения, гипотезы и даже ошибки. Там, где ученик может не знать, но искать – и это поощряется. Именно такая обстановка превращает урок из передачи знаний в процесс самостоятельного размышления.

Это и есть «среда как третий учитель»: образовательное пространство, которое не просто транслирует знания, а провоцирует мышление.

Чтобы понять, при каких условиях критическое мышление развивается или, наоборот, подавляется, важно проанализировать ключевые характеристики среды (см. таблицу 1).

Таблица 1.

Стимулы и барьеры для развития критического мышления

Что развивает	Что блокирует
1. Постановка открытых, проблемных вопросов	1. Доминирование закрытых, однотипных вопросов
2. Поощрение сомнений, альтернативных точек зрения	2. Только один «правильный» ответ, поле для обсуждений узкое
3. Задания с неопределенными условиями и разными стратегиями решений	3. Только формальное вычисление
4. Аргументация и обсуждение, обоснование выбора	4. Проверка только результата, игнорирование хода рассуждений
5. Групповая работа, взаимодействие, обсуждение	5. Индивидуальная и фронтальная работа без обмена мнениями
6. Связь задач с жизненными и актуальными ситуациями	6. Абстрактные, оторванные от реальности примеры
7. Оценка процессов мышления и рефлексии	7. Только оценка конечного ответа

Таким образом, не только содержание, но и стиль преподавания определяет, развивается ли критическое мышление. Один и тот же математический материал может быть превращен как в задачу на воспроизведение, так и в задачу на размышление – все зависит от педагогических установок (убеждений и ценностей учителя).

Давайте теперь рассмотрим еще одну учебную ситуацию, где критическое мышление проявляется особенно ярко – в анализе визуальной информации.

Это ситуация связана с интерпретацией графиков. В ней критическое мышление становится ключом к распознаванию информации – важный навык в условиях информационного шума и манипуляций.

ПРИМЕР 6.

Тема: Анализ графиков и диаграмм – 9 класс.

Учебная ситуация: «График с подвохом».

Ключевой навык: Интерпретация графических данных, оценка достоверности.

Сюжет. В новостной рассылке одной и той же компании публикуются два графика роста выручки с 2023 по 2024 год.

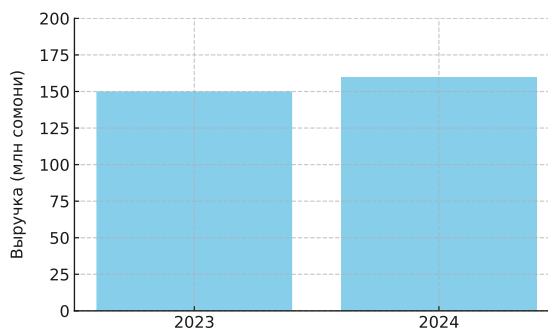
График 1 – стандартный, с осью Y, начинающейся с нуля.

График 2 – с «обрезанной» осью Y, начинается с высокого значения, и рост выглядит впечатляющим. Компания утверждает: «Наша выручка резко выросла!» Так ли это?

Ядро задания (уровень А):

- Сравните оба графика.
- Что произошло с осью Y на втором графике?
- Как это влияет на визуальное восприятие?
- Какой график точнее отражает реальность? Почему?
- Можно ли считать график 2 ошибочным? Почему?
- Придумайте заголовок, который бы соответствовал каждому графику.

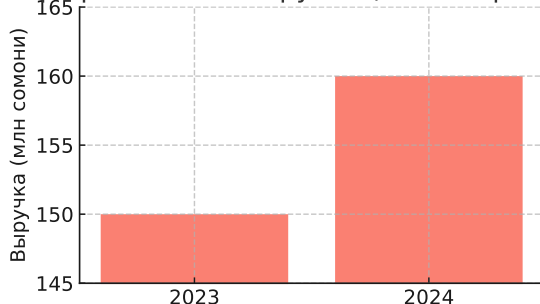
График 1: Рост выручки (ось Y начинается с нуля)



Умение замечать, как одно и то же изменение можно интерпретировать по-разному – это основа критического анализа визуальной информации.

Для любознательных и продвинутых учащихся предусмотрен творческий уровень заданий – так называемые «орешки для ума», стимулирующие исследовательский интерес и нестандартное мышление.

График 2: Рост выручки (ось Y обрезана)



Уровень С (творческий):

1. Какие еще приемы могут быть использованы для манипуляции данными в графиках и диаграммах?
2. Создайте свой пример «графика с подвохом» по другим данным (например, рост лайков в соцсетях).

Методический комментарий.

Ситуация создает пространство для сомнения и анализа: оба графика отображают одни и те же данные, но выглядят по-разному. Ученик не может дать автоматический ответ – он должен задуматься, в чем подвох. Чтобы разобраться, требуется:

- внимательно сравнить оси и масштаб;
- задаться вопросом: почему график выглядит именно так?
- вспомнить, как масштаб влияет на восприятие данных;
- сделать аргументированный вывод: какой график точнее отражает реальность и почему.

Задание формирует привычку не доверять первому впечатлению, а анализировать, ставить под сомнение и обосновывать свою позицию. Все это – ключевые компоненты критического мышления в работе с визуальной информацией.

ПРИМЕР 7.

Тема: «Исследование функции» – 11 класс.

Учебная ситуация: «Максимум прибыли – правда ли это?»

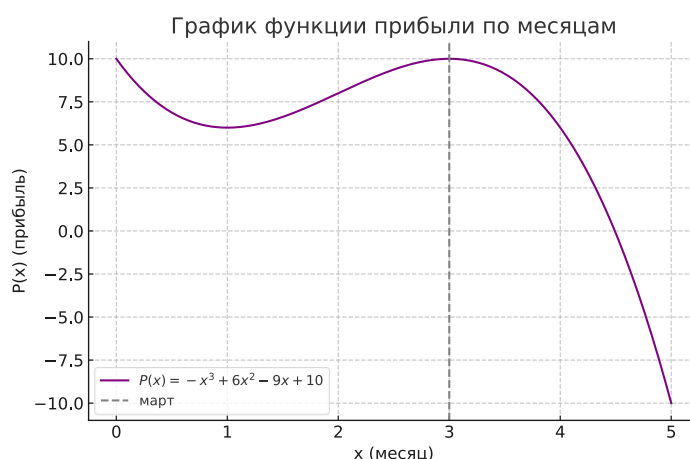
Ключевой навык: Анализ функции и интерпретация графика на основе математических данных.

Сюжет. В отчете одной компании утверждается: «Максимальная прибыль была достигнута в марте». К отчету прилагается график функции прибыли $P(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 10$, где x – номер месяца (1 – январь, 2 – февраль и т.д.), а $P(x)$ – прибыль в условных единицах.

На графике отмечен март ($x = 3$) серой пунктирной линией. Визуально кажется, что в марте действительно пик. Но можно ли этому верить?

Задание:

1. Исследуйте функцию прибыли $P(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 10$
2. Найдите производную $P'(x) = -3x^2 + 12x - 9$ и определите критические точки.
3. Проверьте: соответствует ли март ($x = 3$) точке максимума?
4. Какой это максимум – локальный или глобальный?
5. Какие дополнительные данные нужны, чтобы быть уверенными в выводе?
6. Сделайте обоснованный вывод: можно ли согласиться с утверждением в отчете?



Методический комментарий

Эта учебная ситуация развивает критическое мышление за счет сочетания математического анализа и оценки внешнего утверждения.

Здесь ученик:

- *Сомневается* в «очевидном» (график может ввести в заблуждение).
- *Проверяет* гипотезу аналитически (через производную и исследование функции).
- *Анализирует* интерпретацию: что значит максимум? локальный? в пределах каких месяцев?
- *Аргументирует* позицию, опираясь на расчеты и визуальные данные.

Важно, что ученик учится не просто применять алгоритм, а ставить под сомнение утверждение, даже если оно выглядит убедительно. Это и есть критическое мышление: не слепо доверять, а проверять, уточнять и обосновывать вывод.

Рассмотренные примеры показывают, что критическое мышление может развиваться на самых разных темах – от уравнений до анализа графиков и геометрических построений. Несмотря на различие в содержании и уровне сложности, все эти учебные ситуации объединяет не тема, а **принцип организации задания**: ученик сталкивается с неопределенностью, формулирует гипотезу, выбирает стратегию, аргументирует вывод. Поэтому важно понимать, *на каких дидактических принципах строятся задания*, которые действительно развивают критическое мышление. Именно эти принципы мы и обобщим в следующих методических выводах.

Общие методические выводы

- 1. Контекст имеет значение.** Каждая ситуация представлена в понятном для ученика контексте – будь то цены, графики или уравнение в реальной ситуации. Это позволяет формировать связи между математикой и жизнью.
- 2. Анализ и аргументация – в центре внимания.** Ученик не просто решает задачу, но размышляет: почему так? есть ли альтернатива? можно ли по-другому?
- 3. Наглядность – как инструмент мышления.** Там, где она применима (графики, функции, таблицы), визуальные элементы усиливают понимание и стимулируют критическое восприятие информации.
- 4. Групповая работа усиливает диалог.** Все задачи подходят для работы в парах или группах. Это позволяет ученикам обмениваться взглядами, проверять доводы и формировать коллективное понимание.
- 5. Смысл важнее формального решения.** Даже типовая задача может стать поводом для обсуждения, уточнения условий и анализа если задать нужный ракурс.

Чтобы эти принципы не оставались на уровне общих идей, а могли быть реализованы в конкретной педагогической практике, ниже приведена таблица с ключевыми признаками таких заданий. Она не только дополняет методические выводы, но и усиливает их практическую направленность.

Из этого следует, что, методические принципы и характеристики заданий, развивающих критическое мышление, образуют единое целое. Кроме того, представленные признаки – это надежный и удобный инструмент для проектирования и анализа учебных ситуаций.

Таблица 2.

Признаки заданий, развивающие критическое мышление

Признак/характеристика задания	Пояснение
1. Наличие сомнения	У ученика нет очевидного, однозначного ответа – нужно подумать, усомниться
2. Выбор стратегии	Задание допускает несколько подходов, необходимо выбрать путь решения
3. Реальный или правдоподобный контекст	Ситуация вызывает интерес и осмысленность, а не просто формальный счет
4. Аргументация ответа	Ученик должен объяснить «почему так», а не просто «дать ответ»
5. Допускается обсуждение и разные версии	Есть место для сравнения разных точек зрения, задание не решается шаблонно, по алгоритму
6. Возможна проверка и пересмотр решения	Задание предполагает, что ответ можно и нужно проверять, уточнять

Таким образом, развитие критического мышления в математике – это не надстройка, а ее смысловое ядро. Когда ученик сомневается, выбирает, доказывает и обсуждает – он осваивает математику не как набор приемов и алгоритмов, а как способ мышления. Именно такие подходы делают математику значимой, интересной и применимой за пределами класса.

Подведение итогов: ключевые выводы

- 1. Критическое мышление не требует отдельного урока – оно пронизывает содержание.**
Чтобы развивать его, важно изменить форму задания, обстановку на уроке и отношение к ошибкам.
- 2. Учебная среда должна провоцировать мышление.**
Это «третья сила» в обучении, которая может включать доску с вопросом недели, уголки рассуждений, карточки с гипотезами и даже просто разрешение сомневаться и спорить.
- 3. Типовое задание можно превратить в пространство мышления.**
Это требует лишь небольших изменений:
 - добавить контекст – сюжеты из реальной или приближенной к жизни,
 - вариативность,
 - необходимость объяснения и сравнения.
- 4. Важно формировать у ученика привычку думать:**
 - задавать вопросы,
 - проверять гипотезы,
 - замечать ошибки,
 - видеть за числом смысл.
- 5. Учитель – фасилитатор мышления.** Его задача – не только проверять знания, но и вести обсуждение, удерживать внимание на вопросах, создавать ситуации выбора и аргументации.

Рефлексивные вопросы

1. Что для меня стало самым важным в этой теме?
2. Что меня удивило или заставило по-новому взглянуть на математические задания?
3. В каких моментах я почувствовал(а) противоречие, сомнение или непонимание?
4. Что я хочу попробовать изменить на своих уроках уже в ближайшее время?
5. Какая привычка (в уроках или формулировках заданий) может мешать развитию критического мышления у учеников?
6. Какие элементы среды на ваших уроках уже работают как «третий учитель»?
7. Какую одну вещь из этой темы я возьму с собой в практику?



САМОПРОВЕРКА: ЧТО Я ЗАПОМНИЛ, В ЧЕМ РАЗОБРАЛСЯ?

Лист самооценки 3.2.

1. Что из перечисленного является ключевым элементом критического мышления в математике?

- A. Автоматическое выполнение алгоритмов
- B. Поиск одного правильного ответа
- C. Сомнение, анализ, аргументация
- D. Быстрое выполнение заданий

2. Какой из следующих признаков характеризует задание, развивающее критическое мышление?

- A. Требует множественных повторений одного действия
- B. Побуждает к выбору стратегии и аргументации
- C. Предусматривает только закрытые ответы
- D. Всегда имеет шаблонное решение

3. Почему важно включать обсуждение и коммуникацию в задания на критическое мышление?

- A. Это позволяет слышать альтернативы
- B. Это заменяет индивидуальную работу
- C. Это облегчает оценивание
- D. Это помогает быстрее списывать

4. Что чаще всего блокирует развитие критического мышления на уроке?

- A. Вопросы с открытым ответом
- B. Пространство для гипотез и сомнений
- C. Ориентация на шаблонный результат
- D. Совместное обсуждение идей

5. Какую роль играет учебная ситуация в развитии критического мышления?

- A. Позволяет повторить формулы, отработать навыки
- B. Формирует математические понятия, автоматизацию действий
- C. Используется только для проверки и диагностики
- D. Служит рамкой, для сомнения, выбора, доказательства

6. Какая формулировка задания наиболее соответствует принципам критического мышления?

- A. Найди корень уравнения
- B. Почему ответ получается именно таким
- C. Реши задачу по образцу
- D. Преобразуй выражение по правилам

ЗАНЯТИЕ 2

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ:

3. Преобразовывать типовые задачи в учебные ситуации с элементами анализа, исследования и обсуждения

4. Проектировать собственные задания, опираясь на принципы критического мышления



ПРАКТИКУМ: ОТ АНАЛИЗА К СОЗДАНИЮ

Задание 1. Сравнение заданий

Цель: научиться **сравнивать** и **анализировать** задания с позиции развития критического мышления в математике.

Задание для работы в парах:

Ниже приведены два варианта задания.

Ваша задача – сравнить их и ответить на вопросы:

1. Какое задание больше способствует развитию критического мышления? Почему?
2. Что можно изменить в первом задании, чтобы оно стало заданием для рассуждения?

Задание А

Найдите площадь треугольника со сторонами 5 см, 12 см и 13 см.

Задание В

В строительном проекте используется треугольная панель с сторонами 5 см, 12 см и 13 см. Как можно убедиться, что угол между двумя сторонами – прямой? Почему это важно для конструкции?

Вопросы для анализа:

- В каком из заданий ученик не может действовать «на автомате», а должен задуматься?
- Где появляется необходимость что-то проверять, обосновывать, обсуждать?
- Как включение жизненного контекста влияет на глубину задания?
- Что можно изменить в первом варианте, чтобы оно стало более исследовательским?

Задание 2. Анализ типового задания

Цель: научиться **распознавать** и **анализировать** задания, направленные на развитие критического мышления в математике.

Задание для групп:

Рассмотрите следующее задание:

Найдите значение выражения: $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) \div \frac{5}{8}$

Вопросы для анализа:

- Какой тип мышления нужен для выполнения этого задания?
- Развивает ли оно критическое мышление?
- Что в нем можно изменить, чтобы появилось пространство для рассуждения?

Задание 3. Трансформация типового задания

Цель: научиться преобразовывать стандартные задачи в задания с элементами анализа и реального контекста.

Задание для групп:

Типовое задание: Постройте график функции $y = 2x + 3$

Попробуйте добавить:

- жизненный контекст (например, зарплата, скорость, рост),
- вопрос на сравнение или прогноз,
- альтернативные условия, неполные данные или выбор стратегии.

Чек-лист самопроверки:

- Есть сюжет или реальный контекст.
- Ученику нужно не просто построить, но объяснить.
- В задании возможны разные подходы или мнения.

Задание 4. Проектирование задания

Цель: создать собственное задание на развитие критического мышления.

Задание для работы в парах:

1. Выберите одну из тем:

- Проценты
- Линейные функции
- Геометрия (8-9 класс)

2. Придумайте собственное математическое задание, которое:

- связано с жизнью и вызывает интерес,
- включает необходимость анализа и выбора,
- предполагает обсуждение и защиту решений.

Рекомендация: используйте таблицу 2 «Признаки заданий, развивающих критическое мышление».

3. Проведите самооценку:

Критерий	Да	Частично	Нет
1. Есть сомнение, проблема, конфликт			
2. Задание допускает разные подходы или трактовки			
3. Есть необходимость в объяснении и аргументации			
4. Возможна работа в парах или обсуждение			
5. Задание связано с реальным контекстом			

Сделайте вывод:

- Что получилось хорошо?
- Что стоит улучшить?
- Какие идеи можно взять для собственной практики?

ТЕМА 3.3

Креативные задания в геометрии и алгебре

Рамочная структура темы

Что важно знать

- Креативное мышление предполагает поиск новых подходов, оригинальных решений, гибкость и открытость мышления.
- Креативные задания отличаются от просто сложных: они допускают разные стратегии, требуют выбора, гипотез, обоснования.
- Такие задания могут быть встроены в любой раздел школьной математики – через нестандартную формулировку, постановку открытых вопросов или проблемных условий.

Что нужно уметь

- Отличать креативные задания от типовых.
- Выявлять элементы, мешающие или поддерживающие креативность в задании.
- Переформулировать обычные задачи, чтобы они стимулировали поиск и рассуждение.
- Проектировать собственные учебные ситуации с креативным потенциалом

Ключевые вопросы для обсуждения

- Чем креативное мышление отличается от критического в контексте математики?
- Как формулировка задания влияет на ход мысли ученика?
- Какие ограничения в типовых заданиях мешают развитию креативности?
- Как сопровождать учеников в работе с открытыми задачами?
- С чего можно начать, если хочется добавить креативности в свои уроки?

РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

По завершению изучения этой темы Вы сможете делать следующее:

- РО 1. Понимать**, что такое креативное мышление в математике и чем оно отличается от критического
- РО 2. Анализировать** методику работы с заданиями, стимулирующими креативность
- РО 3. Трансформировать** типовые задания, используя элементы творчества
- РО 4. Конструировать** собственные креативные задания

Введение

Что делает задание по-настоящему креативным? Как отличить его от просто сложного или нестандартного? В первом занятии мы разберемся с этим вопросом – на примерах, без абстрактной теории. Поговорим о барьерах и возможностях, которые влияют на развитие креативного мышления на уроках математики. Выясним, чем креативное мышление отличается от критического – и как они дополняют друг друга в реальной учебной ситуации.

Во втором занятии мы сосредоточимся на *методике работы с креативными заданиями в алгебре и геометрии*. Посмотрим, как формулировка задания влияет на ход мыслей ученика и какие подходы помогают раскрыть творческий потенциал даже в знакомой теме. Обсудим, на чем должен быть акцент: на результате или на процессе? И как поддержать нестандартные решения – не подсказывая, но направляя. Затронем и вопрос *оценивания креативности*: что действительно стоит ценить.

В третьем занятии перейдем к практике. Будем диагностировать, трансформировать, изобретать. Вы увидите, как из обычной задачи сделать учебную ситуацию с элементами выбора, рассуждения и открытий.



Значение основных терминов

Креативное мышление в математике – это способность находить нестандартные подходы, выдвигать гипотезы, комбинировать известные идеи новыми способами, а также искать и обосновывать несколько возможных решений математической задачи. Оно проявляется в гибкости рассуждений, открытости к неопределенности и готовности экспериментировать.

Креативное задание – задание, которое допускает несколько решений или подходов, требует выбора, поиска, построения гипотез и самостоятельного обоснования.

Открытость задания – свойство задания, при котором ученик может выбрать стратегию решения, способ представления ответа или направление рассуждений.

Учебная ситуация с элементами творчества – специально спроектированная ситуация, в которой ученик вовлекается в поиск, анализ, преобразование или построение нового, а не просто в воспроизведение алгоритма.

Переопределение задачи (изменение направленности задания) – прием, при котором типовое задание переформулируется так, чтобы изменить его цель: вместо отработки алгоритма оно начинает требовать рассуждения, выбора, исследования или творчества.

Вариативность решений – наличие нескольких равноценных способов решения, различающихся подходом, логикой, формой представления.

Сопровождение задания – действия учителя (вопросы, уточнения, поддержка), направленные на развитие размышлений ученика, а не на подведение к «правильному» ответу.

ЗАНЯТИЕ 1

РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ:

1. Понимать, что такое креативное мышление в математике и чем оно отличается от критического



НАЧНЕМ С ПРОСТОГО Что Вы уже знаете и понимаете?

1. Утверждение для размышления

«Креативность – это про искусство и фантазию, а математика – про точность и строгость».

Обсудите в парах: Согласны ли вы с этим утверждением? Почему?

2. Вопрос на ассоциацию

Если бы креативное мышление было математическим объектом, то чем оно было бы? (Прямая? Функция? Множество? Гипотеза? Уравнение? Моделирование? Или ...)

Формат работы:

- Поделитесь в группе, что пришло вам в голову.
- Подготовьте из ассоциаций групповой «портрет» креативности

3. Самодиагностика

Выберите один вариант в каждом утверждении:

I. На своих уроках я чаще всего предлагаю задачи:

- A. С одним правильным ответом
- B. Где возможны разные решения
- C. Где важна логика, но не способ
- D. Где ученик сам может выбрать, как решать

II. Когда ученик решает задачу «не по правилам», я:

- A. Исправляю и показываю нужный путь
- B. Спрашиваю, понял ли он, что решение не соответствует методу
- C. Поддерживаю интерес, но предлагаю вернуться к привычному способу
- D. Поощряю нестандартный подход, если он работает

4. Ситуация: Ученик решил задачу по геометрии необычным способом. Ответ верный, логика своя. Метод не соответствует тому, что был в классе. Что вы сделаете?

- A. Покажу, как нужно было
- B. Предложу объяснить идею классу
- C. Отложу, но сам(а) разберусь потом
- D. Использую этот способ – как пример в других классах



ЧТО ВАМ НУЖНО УЗНАТЬ?

Прочитайте внимательно информационный лист 3.3, после чего проведите самопроверку своего понимания, используя лист самооценки 3.3

Информационный лист 3.3

1. КРЕАТИВНОЕ МЫШЛЕНИЕ В ШКОЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ

Креативность в математике? Для кого-то это может показаться неожиданным сочетанием. Математика – про точность, а креативность – про свободу? Но на самом деле именно творческий взгляд позволяет увидеть в формулах элегантность, в уравнениях – игру, а в решении задачи – пространство для поиска и эксперимента.

Можно сказать, что *творчество для ученика – как витамины*: нужно немного, но без них никак. Без креативности мышление развивается медленно, с трудом. Особенно в школьном возрасте, когда формируются не только знания, но и способы мышления.

Именно поэтому так важно развивать креативность – особенно в математике.

Креативность – это способность находить нестандартные идеи, неожиданные пути решения и новые формы представления математической информации.

В школьной математике креативное мышление проявляется, когда ученик:

- предлагает несколько разных решений одной задачи;
- придумывает собственный способ рассуждения или оформления;
- задает неожиданный вопрос к стандартной теме;
- строит свою задачу на основе реальной ситуации;
- моделирует явление и объясняет, как оно устроено.

Чтобы лучше понять, как работают такие проявления креативности на практике, рассмотрим конкретную учебную ситуацию. Она проста по форме, но дает простор для воображения и поиска оригинального решения.

ПРИМЕР 1. Геометрия

Тема: Развертки и площадь поверхности многогранников – 9 класс.

Учебная ситуация: «Паук и муха».

Ключевой навык: Умение преобразовывать пространственную ситуацию в плоскую модель.

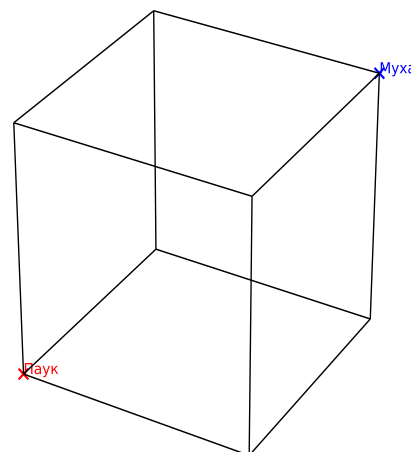
Сюжет. Паук сидит в углу кубической комнаты.

В противоположном углу на потолке спит муха. Паук может передвигаться только по стенам, полу и потолку. Какой кратчайший путь он должен пройти, чтобы добраться до мухи?

Задача: Найдите кратчайшее расстояние по поверхности.

На первый взгляд задача пространственная. Но ключевое решение приходит, когда ученик *разворачивает куб* – буквально и в уме. Тогда задача сводится к поиску кратчайшего пути на плоскости – диагонали прямоугольника, полученного из развертки.

Паук и муха в комнате



Решение требует:

- представить развертку куба;
- моделировать ситуацию в плоскости;
- рассчитать длину пути с опорой на теорему Пифагора (если запрашивается числовое решение).

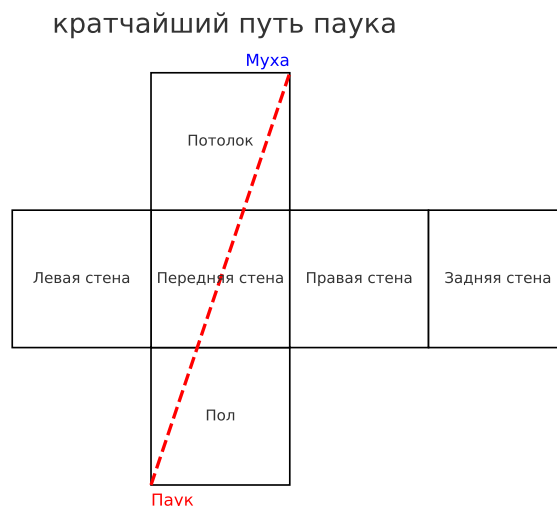
Расширение/усложнение задачи:

- Паук может использовать *только две смежные поверхности*: левую стену и потолок.

1. Как теперь будет выглядеть кратчайший путь?

2. Какие развертки можно использовать для такого ограничения?

3. Можно ли доказать, что найденный путь действительно самый короткий при таких ограничениях?



Методический комментарий

Задача о «пауке и мухе» – это наглядная иллюстрация того, что кратчайшее расстояние в пространстве не всегда интуитивно очевидно. Креативность проявляется в самом подходе к задаче: чтобы упростить, нужно усложнить – перестроить модель.

Добавляя в задачу ограничение, возникает необходимость в новой стратегии + усложняется построение развертки.

А это требует: гибкости в представлении объекта, воображения и умения перевести геометрическую ситуацию в новую модель. Так или иначе, задачи подобного рода помогают формировать:

- *пространственное воображение*;
- *гибкость мышления*;
- *креативность в поиске нестандартных представлений условия задачи*.

Вот теперь, после примера, можно перейти к главному – зачем все это? Почему именно креативность становится одной из ключевых задач современной школы?

Если кратко, то современный мир меняется быстрее, чем школьные программы. Добавим к этому новые профессии, нестандартные задачи в самой жизни, междисциплинарные подходы – все это требует от ученика не только знаний, но и творческого мышления.

В свою очередь, математика, как универсальный язык, может и должна развивать одно из самых важных умений – *креативность*. Именно поэтому креативность – одна из ключевых компетенций XXI века. Проще говоря, ученикам важно не только знать, *как решать*, но и *что можно придумать*.

Ниже – несколько причин, почему развитие креативного мышления на уроках математики становится все более необходимым:

- Математика – это не только логика, но и *воображение, интуиция, поиск новых подходов*.
- Ученик, который умеет мыслить креативно, увереннее работает с нестандартными задачами и *не боится сложностей*.
- Креативность *повышает мотивацию*: урок становится не про «правильные ответы», а про исследование и открытие.
- *Учитель выигрывает тоже* – уроки становятся живыми, гибкими, интересными даже для него самого.

ПРИМЕР 2. Алгебра

Тема: Решение уравнений с двумя переменными графическим способом – 8 класс.

Учебная ситуация: «Необычное равенство»

Ключевой навык: Перевод текстовой задачи в уравнение и исследование взаимосвязи между переменными.

Сюжет. Представьте: оба ученика написали самостоятельную работу. Учитель решил оценить их не по отдельности, а сравнить **две характеристики: среднюю арифметическую и... среднюю квадратичную.**

Он сложил их баллы и получил сумму. Потом сложил квадраты этих баллов.

И вдруг оказалось – суммы совпали! Это совпадение? Или математическое чудо?

Может ли сумма быть равна сумме квадратов?

Отправная задача:

- Это случайность или закономерность?
- Можно ли заранее предсказать, какие пары чисел подойдут?
- Как записать условие задачи в виде уравнения?

После короткого обсуждения в парах ученики высказывают первые предположения.

Постепенно формулируется суть задачи, и на доске появляется уравнение – как итог рассуждений. А к нему задние:

- Найдите все пары чисел x и y , для которых:
 $x + y = x^2 + y^2$

Вероятно, на первом этапе ученики будут действовать методом подстановки: – «А если взять 1 и 2 или 2 и 3»?

- $x = 1, y = 2$
 $x + y = 3, x^2 + y^2 = 5$ – Не верно.
- $x = 0, y = 1$
 $x + y = 1, x^2 + y^2 = 1$ – Верно.

Метод проб и ошибок очень скоро приведет к первому выводу – целых решений практически нет. Подбор дает только одну удачную пару – $(0, 1)$. Но за самостоятельную работу ученик не мог получить оценку **0**. Что же делать? Как быть?

Графический подход – переход к аналитике

После первых проб и подстановок ученики могут перейти к *аналитическому* способу.

Для этого нужно преобразовать уравнение или выразить одну переменную через другую.

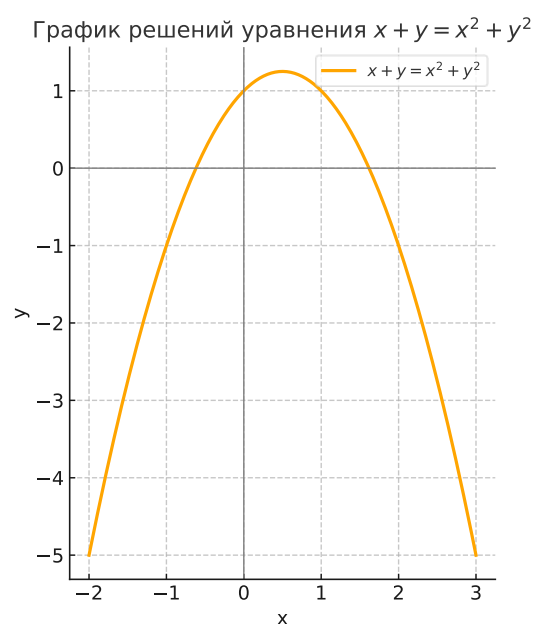
Исходное условие: $x + y = x^2 + y^2$

Выразим y через x : $y = x + 1 - x^2$

Полученное выражение задает **квадратную функцию**, которую можно проанализировать графически. Ученики:

- строят график функции $y = x + 1 - x^2$
- находят вершину параболы: $x = 0.5, y = 1.25$
- замечают, что это *парабола* с ветвями, направленными *вниз*, так как коэффициент при $-x^2$ отрицателен.

Таким образом, задача, начавшаяся как числовая головоломка, превращается в **анализ квадратичной зависимости**. А значит – ученики получают возможность перейти от единичных решений к *целому множеству* решений



и наблюдений: бесконечно много пар чисел, для которых сумма равна сумме квадратов.

Расширение/усложнение задачи:

1. Найдите такие пары чисел, для которых: $x - y = x^2 - y^2$
Что замечаете? Чем отличаются такие пары от исходной задачи?
2. А если сумма равна **произведению**? $x + y = xy$
Какие значения подойдут? Можно ли выразить одну переменную через другую?
3. Используйте построенный график $y = x + 1 - x^2$
Отметьте **целые** и **рациональные** решения. Где они находятся – на графике, выше или ниже? Что можно сказать об их расположении?

Методический комментарий

Задача «Необычное равенство» хорошо иллюстрирует креативный подход: ученики переходят от текстовой ситуации к уравнению, затем к графику и его интерпретации. Креативность проявляется в умении менять точку зрения, представлять задачу по-разному и находить неожиданные связи.

Такой тип заданий развивает гибкость мышления, пластичность в переходах между представлениями и открытость к поиску разных подходов – качеств, которые и составляют основу креативного мышления в математике.

После таких задач становится особенно заметно: **креативное мышление в математике – это способ видеть больше, чем требует учебник.**

Оно проявляется в деталях: в необычном вопросе, в визуализации, в неожиданной идее. Но креативность не берется с воздуха. Она формируется, если в классе создается *среда открытого мышления* – среда, в которой задавать нестандартные вопросы так же нормально, как и давать правильные ответы.

Недаром говорят: *ученик учится у учителя, у одноклассников – и у среды*. И если среда стимулирует исследование, наблюдение и преобразование – значит, она развивает креативность.

Чтобы лучше понять, в чем суть креативного мышления и чем оно отличается от критического, посмотрим на их основные характеристики.

Таблица 1.

Сравнительные характеристики

Критическое мышление	Креативное мышление
1. Анализ, оценка, проверка	1. Генерация, преобразование, создание
2. Выявление ошибок	2. Поиск новых подходов
3. Аргументация выбора	3. Открытие альтернатив
4. Логическая строгость	4. Гибкость и оригинальность

Критическое и креативное мышление – не противоположности, а два взаимодополняющих вида мышления. Одно помогает *понять, что работает*, другое – *придумать, что можно изменить*.

Современный урок математики выигрывает, когда оба типа мышления встроены в учебную среду. И именно **учебные ситуации**, как в примерах выше, становятся той самой *третьей силой* – *средой, которая учит думать иначе*.

К вышесказанному добавим: история математики – это, прежде всего, путь идей, догадок и творческого поиска.

Когда Архимед воскликнул «Эврика!», а Ньютон задумался о падающем яблоке – это были не алгоритмы и правила, а поиск, понимание и смелость взглянуть иначе.

Даже теорема Пифагора когда-то была гениальным открытием, которое изменило представление о геометрии.

Каждый важный шаг в математике рождался не из страха ошибиться, а из желания попробовать новое. Именно этот дух креативного мышления мы стремимся вернуть на урок.

Чтобы это стало возможным, учебные ситуации должны не только проверять знания, но и побуждать к поиску, моделированию и самостоятельным открытиям. Ниже – еще один пример, где логическая задача побуждает учеников к поиску нестандартных решений и постепенному переходу к построению алгебраической модели решения.

ПРИМЕР 3. Логические задачи

Тема: Уравнения первой степени с одной переменной – 7 класс.

Учебная ситуация: «Один раз на весы – и все понятно!».

Ключевой навык: Решение текстовых задач с помощью уравнений.

Сюжет. Представьте, вы – помощник Шерлока Холмса, расследующего дело о подмене золота. Перед вами 10 одинаковых мешков с золотыми монетами. Все мешки выглядят совершенно одинаково – один и тот же объем, упаковка. В каждом мешке – одинаковое количество монет.

Все монеты весят по 5 грамм. Но один из мешков – с фальшивками, и каждая монета в нем весит 4 грамма. У вас есть **только одна попытка взвешивания**. Есть весы, показывающие вес в граммах. Как определить, в каком мешке находятся фальшивые монеты?

Задача: Придумайте способ, позволяющий **за одно взвешивание** точно определить, в каком мешке фальшивые монеты.

Вероятно, сначала ученики будут перебирать идеи:

- Может взвешивать попарно?
- Или сравнивать по две кучки?
- Но есть только одно взвешивание, и все. Что делать?

Появляется чувство тупика. И тогда – идея, вычислить и записать все данные, что заложены в условии задачи и использовать ограничение как ресурс к решению.

1. Пронумеровать все мешки.

2. Из каждого мешка взять столько монет, сколько соответствует его номеру.

Вы взяли:

- из 1-го мешка – 1 монету,
- из 2-го – 2 монеты,
- ...
- из 10-го – 10 монет.



Всего: $N = 1 + 2 + \dots + 10 = 55$ монет.

Если бы все монеты были настоящие, то вес был бы $55 \cdot 5 = 275$ г

Но фальшивые монеты весят **на 1 г меньше**, значит:

- если взвешивание показывает **274 г** – фальшивый мешок №1,
- если **270 г** – мешок №5,
- если **265 г** – мешок №10, и т.д.

Одно взвешивание – и ответ получен.

Алгебраический подход

После нахождения закономерности возникает естественный вопрос: можно ли заранее вычислить номер мешка по результату взвешивания – с помощью уравнения?

- Пусть весы показали **W** граммов.
Тогда недостача составляет $275 - W$ г, что и указывает на номер мешка с фальшивками.
- Это простое *уравнение первой степени*: $x = 275 - W$
Решив его, ученик точно находит нужный мешок.

Таким образом, логическая задача естественным образом подводит к формированию уравнения, позволяя ученикам увидеть, как *уравнение отражает суть действия* – нахождение недостающего веса. Это способствует не только развитию алгебраических навыков, но и *пониманию уравнения как модели реальной ситуации*.

Расширение/усложнение задачи:

1. А что, если два мешка содержат фальшивки?
— Как определить оба, если возможна только одна попытка взвешивания?
2. А теперь представим, что у нас 20 мешков.
В одном мешке – фальшивые монеты весом **4 г**. В другом – монеты весом **4,5 г**.
В остальных 18 мешках – настоящие монеты весом **5 г**.
Есть **две попытки взвешивания**, весы показывают массу с точностью до грамма.
— Придумайте новую схему решения.

Методический комментарий

Задача «Один раз на весы – и все понятно!» демонстрирует, как ученики могут придумать стратегию, при которой результат взвешивания сам подсказывает ответ. Это требует гибкости мышления и умения по-новому взглянуть на условие.

Креативность проявляется:

- в замене стандартного действия на схему с «кодированием» веса;
- в поиске решения в условиях ограничения (одно взвешивание);
- в переходе от текста к числовой/арифметической модели;
- и от нее – к алгебраической модели (уравнению).

Такие задачи учат мыслить нестандартно, искать оптимальные действия, связывать переменные с реальными данными и использовать ограниченность условий как ресурс.

На первый взгляд, креативность кажется делом случая – озарения или врожденной одаренности. Но в образовательной практике она формируется шаг за шагом: через задания, диалог, пространство выбора. Важно понимать, что способствует развитию креативного мышления, а что, наоборот, блокирует его. Ниже – обзор ключевых факторов, которые создают или разрушают условия для творческой работы ученика.

Таблица 2.

Креативное мышление: барьеры и возможности

Что мешает (барьеры)	Что помогает (возможности)
1. Страх ошибиться, боязнь «неправильного» ответа	1. Дружелюбная атмосфера, поддержка попыток и проб
2. Привычка к одному «правильному» решению (всегда только по формуле)	2. Поощрение разных подходов, открытые задачи
3. Избыточный акцент на тестах и алгоритмах	3. Баланс между тренировкой и исследованием

4. Отсутствие визуальных и практических моделей	4. Использование схем, моделей, графиков, разверток
5. Преобладание односторонней передачи знаний от учителя к ученику	5. Работа в парах, обсуждения, коллективные рассуждения
6. Задания на отработку только предметных навыков	6. Включение ситуаций с неопределенным решением, исследовательские задачи
7. Жесткий контроль времени и хода урока	7. Гибкая структура, выделенное время на нестандартные задания
8. Однообразие, типовые задачи, низкая мотивация учеников	8. Связь задач с жизнью, сюжеты, юмор, игровые элементы

Понимание этих факторов важно не только для планирования урока, но и для осознания роли самой образовательной среды. Ведь именно она может усилить или, наоборот, подавить исследовательский интерес и желание пробовать новое.

Примеры, рассмотренные выше, показывают: даже в рамках обычных школьных тем можно создавать условия, которые развивают мышление – стоит лишь немного изменить фокус, добавить элемент исследования, открытости, диалога.

А это приводит нас к следующему важному вопросу – Какие подходы помогают превратить стандартное задание в пространство для поиска и открытия? Этот вопрос относится к методике работы с креативными задачами – темы следующего занятия.

Подведение итогов: ключевые выводы

1. Креативное мышление в математике – это поиск нестандартных решений и новых связей.
2. Оно развивается через задания с вариативностью, открытостью и реальными контекстами.
3. Ошибки, гипотезы и необычные идеи – ценная часть творческого процесса.
4. Среда на уроке должна поддерживать свободу мысли, проб, обсуждений и выбора стратегии.
5. Креативные задания можно встроить в любую тему – важно изменить ракурс и цель.

Рефлексивные вопросы

1. Что в этой теме оказалось для меня неожиданным или особенно ценным?
2. Какой из примеров мне понравился большего всего? Почему?
3. Как изменилось мое представление о креативности в математике после этих примеров?
4. Что я теперь думаю о «обычных» заданиях – можно ли в них заложить творчество?
5. Чем, по-моему, отличается креативное задание от просто сложного?
6. Что может мешать развитию креативности на моих уроках – и как это обойти?
7. Что я хочу попробовать изменить в своих заданиях уже на ближайшем уроке?



САМОПРОВЕРКА: ЧТО Я ЗАПОМНИЛ, В ЧЕМ РАЗОБРАЛСЯ?

Лист самооценки 3.3

1. Что отличает креативное математическое задание от обычного?

- A. Оно требует строго следовать известному алгоритму
- B. Оно строится на повторении стандартной процедуры
- C. Оно допускает разные пути решения задания
- D. Оно направлено на проверку знания конкретной формулы

2. Что поддерживает развитие креативного мышления на уроке?

- A. Строгая оценка только за точность
- B. Задания с обсуждением и поиском решений
- C. Следование алгоритму в решении задач
- D. Избежание ошибок любой ценой

3. Что может блокировать развитие креативного мышления?

- A. Использование задач с единственным способом решения
- B. Поощрение обсуждения разных версий и гипотез
- C. Создание условий для свободного выбора хода решения
- D. Проведение сравнения между альтернативными идеями

4. В чём основное различие между критическим и креативным мышлением?

- A. Критическое мышление – для создания идей, креативное – для проверки
- B. Критическое мышление требует воображения, креативное – поиска нестандартного
- C. Креативное – рождает идеи, критическое – оценивает их
- D. Критическое мышление – эмоциональное, креативное – логичное

5. Какое из заданий больше всего развивает креативность?

- A. Реши уравнение по известной формуле, соблюдая порядок действий
- B. Реши уравнение, используя стандартный метод с расчётом дискриминанта
- C. Выбери подходящую формулу и вычисли результат по образцу
- D. Найди два разных способа решения и объясни, чем они отличаются

6. Какую роль играют ошибки в развитии креативного мышления?

- A. Их нужно избегать, чтобы не сбить учеников
- B. Ошибка — признак того, что тема не усвоена
- C. Ошибка — часть процесса, результат поиска
- D. Ошибки допустимы только при работе в группе

7. Какая формулировка задания помогает активировать креативное мышление?

- A. Найди правильный ответ, используя предложенный способ
- B. Реши задачу, следуя указанному алгоритму
- C. Придумай свой способ решения и объясни его
- D. Воспользуйся методом и получи нужный результат

ЗАНЯТИЕ 2

РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ:

2. Анализировать методику работы с заданиями, стимулирующими креативность



НАЧНЕМ С ПРОСТОГО

Что Вы уже знаете и понимаете?

1. Утверждение для размышления

«Хорошее задание говорит само за себя – учителю не нужно ничего объяснять».

Обсудите в группах:

- Согласны ли вы с этим утверждением?
- А если ученики идут вразнобой и теряют суть?
- Где граница между свободой и движением к цели задания?

2. Самодиагностика: Как вы обычно сопровождаете креативное задание?

Отметьте наиболее близкий вариант:

I. При постановке задания я чаще всего...

- A. Даю краткую инструкцию и жду результата
- B. Показываю похожий пример, чтобы ученики не растерялись
- C. Обсуждаю возможные подходы, но не диктую решение
- D. Сначала формулируем задачу вместе с классом

II. Когда ученики работают с креативным заданием...

- A. Жду, когда дойдут до правильного хода
- B. Подсказываю, если вижу, что они ушли «в сторону»
- C. Наблюдаю и задаю уточняющие вопросы
- D. Включаюсь в обсуждение, помогаю фиксировать идеи

3. Ситуация. Вы даете задание:

«Придумайте способ построения четырехугольника, зная длины двух диагоналей и одну сторону».

- Один из учеников предлагает нестандартный ход. Его решение не похоже на ожидаемое, но выглядит логичным. Ваши действия?

4. Вопрос на наблюдательность

- Вспомните: в каких темах ваши ученики проявляли креативность? В чем это выражалось (что они делали)?



ЧТО ВАМ НУЖНО УЗНАТЬ?

Прочитайте внимательно информационный лист 3.4, после чего проведите самопроверку своего понимания, используя лист самооценки 3.4

Информационный лист 3.4

2. МЕТОДИКА РАБОТЫ С КРЕАТИВНЫМИ ЗАДАЧАМИ

Один и тот же учебный материал можно раскрыть по-разному – в виде задания на воспроизведение или в форме исследования, выбора, анализа. Все зависит от вопроса, который мы ставим, и от условий, которые создаем.

В этом разделе мы фокусируемся не столько на содержании, сколько на *способе организации задания*. Почти любую тему школьной математики – от уравнений до геометрических построений – можно превратить в поле для креативного мышления, если слегка изменить фокус:

- добавить элементы неопределенности, ограничения, поиска;
- сместить акцент с ответа на процесс;
- дать возможность ученику выбирать способ или направление решения;
- поощрять самостоятельную формулировку условий, гипотез и выводов.

Задача учителя – не только «дать задачу», но и создать ситуацию, где ученик думает, сравнивает, объясняет, строит гипотезы и пробует. Именно в таких условиях раскрывается творческий потенциал учащихся.

Далее мы рассмотрим примеры из геометрии и алгебры:

- задачи на построение и доказательство;
- задания на графики и числовые закономерности;
- ситуации с открытым финалом или несколькими допустимыми версиями.

В каждом примере дается **учебная ситуация** (постановка задачи) и приведен **методический комментарий** – какие умения развиваются, как поддерживается креативность и почему это работает.

2.1. Креативность в геометрии

Креативные задачи в геометрии стимулируют визуальное мышление и пространственное воображение. Ключевую роль играет работа с чертежом – не только как иллюстрацией, но как инструментом исследования. Ученики пробуют перестроить фигуру, ввести вспомогательные элементы, рассмотреть её с разных позиций. Задания могут включать преобразования (симметрия, перенос, поворот), конструирование по условиям, сравнение вариантов построения.

Особую ценность имеют задачи, в которых нет единственного способа решения или доказательства. Такие задания позволяют обсуждать стратегии, строить гипотезы и аргументировать выбор. Это развивает не только математические навыки, но и уверенность в собственном мышлении.

Ниже – несколько примеров, которые показывают, как креативность может быть «включена» в типичные геометрические задачи.

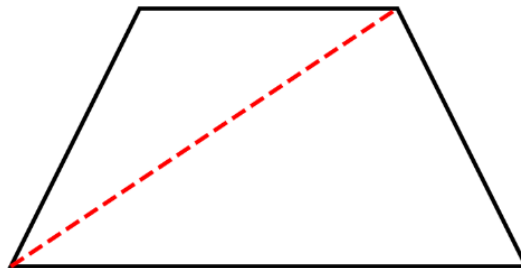
ПРИМЕР 1. Геометрическое преобразование площади трапеции.

Тема: Площадь фигур, свойства трапеции – 8 класс.

Ключевой навык: Исследование геометрических условий, построение доказательств различными способами.

Учебная ситуация:

- Посмотрите на фигуру. Кажется, что левый и правый треугольники имеют разную площадь.
- А как проверить? Почему они могут быть равны?
- Сколько разных вариантов разрезания вы можете придумать?
- Как вы будете доказывать, что части равны по площади?



Методический комментарий

Эта задача выводит учащихся за рамки привычных алгоритмов, помогает «разморозить» стандартное восприятие фигур, стимулирует обсуждение гипотез и обоснование.

Креативность проявляется:

- в постановке гипотез и проверке нестандартных решений;
- в способности мыслить визуально и аналитически;
- в умении доказывать равенство с помощью разных подходов (разложение, формулы, сравнение площадей);
- в гибкости мышления – одна задача ведет к множеству решений и способов доказательства.

ПРИМЕР 2. Прямоугольники с одинаковой площадью

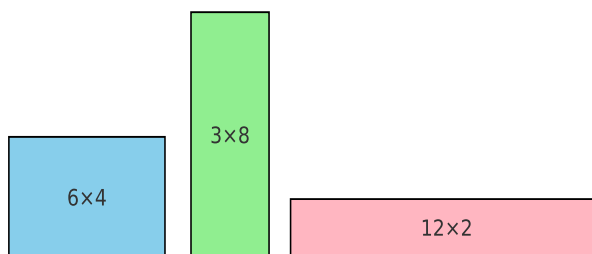
Тема: Площадь прямоугольника, функциональная зависимость – 8 класс.

Ключевой навык: Исследование взаимосвязи переменных, моделирование площади.

Учебная ситуация:

- Придумайте три разных прямоугольника, у которых площадь равна 24см^2 .
- Какой из них был бы «удобен» для разных задач – экран, грядка, упаковка?
- Как форма влияет на восприятие и практическое применение площади?
- Придумайте **еще 2–3 варианта** и обсудите, при каком соотношении сторон прямоугольник ближе всего к квадрату. Почему это может быть важно?

Прямоугольники с одинаковой площадью 24 см^2



Это задание – типичный пример *открытой задачи с множеством решений*.

Ученики видят, что задача не имеет одного правильного ответа. Осознают, что площадь зависит от взаимосвязи двух переменных.

Есть возможность попрактиковаться в построении, рассуждениях и сравнении.

А также обсудить: при каком соотношении сторон форма близка к квадрату?

Почему это важно в реальных задачах?

Методический комментарий

Задание имеет открытый финал и множество решений, что создает пространство для исследования.

Креативность проявляется:

- в гибком переборе целых и дробных значений сторон;
- в осознании зависимости площади от произведения переменных;
- в переходе от конкретных фигур к обобщенной модели зависимости вида $y = \frac{24}{x}$
- в интерпретации математических решений в контексте реальных ситуаций.

Можно использовать как задание на наблюдение, исследование или как подготовку к понятию обратной пропорциональности.



ПРИМЕР 3. Координатный многоугольник и площадь.

Тема: Площадь фигур, координатная плоскость – 9 класс.

Ключевой навык: Декомпозиция сложных фигур, преобразование и сравнение геометрических объектов.

Учебная ситуация:

- Перед вами многоугольник, построенный на координатной плоскости.
- Найдите его площадь (например, разбив на треугольники или прямоугольники).
- Придумайте другой многоугольник с такой же площадью, но другой формой.
- Объясните, как координаты вершин влияют на площадь.
- Разбейте многоугольник на минимальное число треугольников.

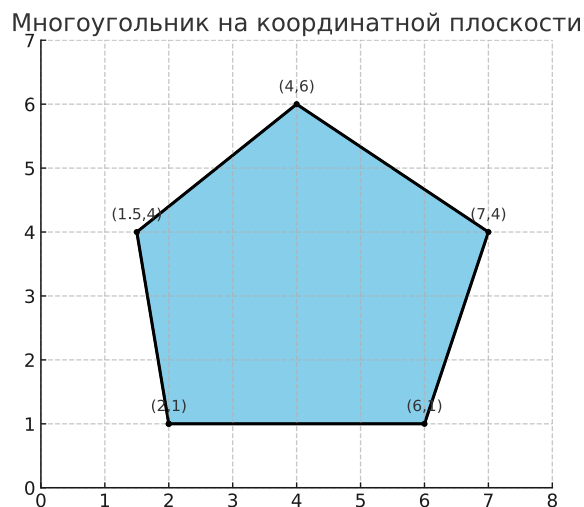
Методический комментарий

Задание объединяет алгебру и геометрию, формируя важные метапредметные навыки.

Креативность и аналитическое мышление проявляются:

- в способности увидеть и использовать структуру фигуры для вычислений;
- в умении трансформировать фигуру при сохранении площади;
- в применении геометрических и алгебраических подходов (например, через координаты и формулы площади);
- в исследовательском подходе – сколько разных фигур с той же площадью можно построить?

Задание легко адаптируется под уровень подготовки учеников: можно варьировать число вершин, тип многоугольника, предлагать работу в группах, сравнивать разные стратегии.



ПРИМЕР 4. Проект: Клумба в координатной плоскости

Тема: Площадь треугольника по координатам – 9 класс.

Ключевой навык: Моделирование геометрической фигуры и анализ через координаты.

Учебная ситуация:

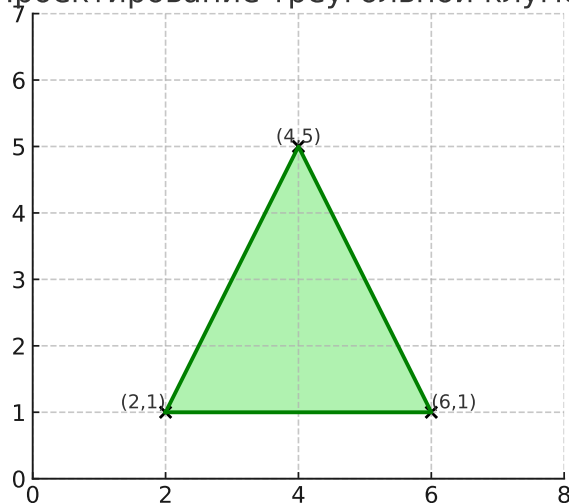
Группа старшеклассников занимается благоустройством пришкольной территории. Нужно спроектировать клумбу в форме треугольника, заданного точками: **A (2;1), B (6;1), C (4;5)** (см. рисунок).

Задания:

1. Найдите площадь треугольной клумбы, используя координаты вершин.
2. Измените координаты одной из вершин так, чтобы площадь осталась прежней, но изменилась форма.
3. Спроектируйте свой вариант клумбы с близкой площадью и другим расположением.
4. Придумайте оформление клумбы (цветы, дорожки) и нарисуйте схему.

Это комплексные задания, в которых нужно исследовать ситуацию, собрать данные, построить модель и защитить решение.

Проектирование треугольной клумбы



Методический комментарий

Проектная задача сочетает геометрию, визуальное мышление и элементы реального проектирования.

Развиваются:

- пространственное воображение и аналитическое мышление;
- навык моделирования и работы с координатами;
- аргументация, выбор решений, представление результата;
- креативность – особенно на этапе изменения формы и дизайна.

Такой формат хорошо работает в 8–10 классах и может быть использован как проектная работа в рамках темы «Координатная геометрия».

Подведение итогов

Рассмотренные примеры показывают: для развития креативности важно не столько усложнять содержание, сколько менять характер задач. Геометрия дает широкие возможности для поиска, преобразований, визуализации, выдвижения и проверки гипотез.

Ученики осваивают не только знание, но и способы мышления – через разносторонние действия с чертежом, моделирование и обсуждение.

Ключевой фактор – **вариативность**: допускать и поощрять разные решения, подходы, формы рассуждений.

В основе методики – разнообразие подходов. Ниже представлена обобщающая таблица, как разные типы заданий активизируют мышление и какие умения формируются.

Подходы и результаты в креативных заданиях

Подход / метод	Что делает ученик	Формируемые умения
Открытые задания	Придумывает несколько решений	Гибкость, вариативность мышления, сравнение стратегий
Вариативность условий	Меняет параметры задач, условия	Понимание взаимосвязей, анализ влияния изменений
Моделирование	Переводит ситуацию в чертеж, координаты	Формализация, абстракция, математическое описание реальной ситуации
Проектные задачи	Исследует, планирует, представляет решение	Инициативность, командная работа, планирование, междисциплинарность
Визуализация	Строит схемы, графики, чертежи	Пространственное мышление, визуальное представление, воображение

Креативное мышление развивается не за счет отдельных задач, а благодаря общему подходу к обучению. Разнообразие задач, сочетание подходов и методов – средство для формирования гибкого мышления и вовлеченности ученика.

Важно создавать условия, в которых ученик может пробовать, исследовать и находить собственные решения.

2.2. Креативность в алгебре

В алгебре креативность проявляется в умении видеть за формулами смыслы, искать неожиданные пути к решению и строить математические модели для реальных или логических ситуаций. Такие задания могут включать необычные уравнения, нестандартные числовые зависимости, работу с графиками и логические задачи. Главное – активное исследование, преобразование, выдвижение гипотез и проверка разных стратегий.

ПРИМЕР 1. Построение и анализ линейной функции

Тема: Функции, обратные задачи – 8 класс.

Ключевой навык: Построение графика функции и интерпретация математической модели.

Учебная ситуация: В ателье расход ткани на изделие моделируется функцией $y = 2x + 1$

Где:

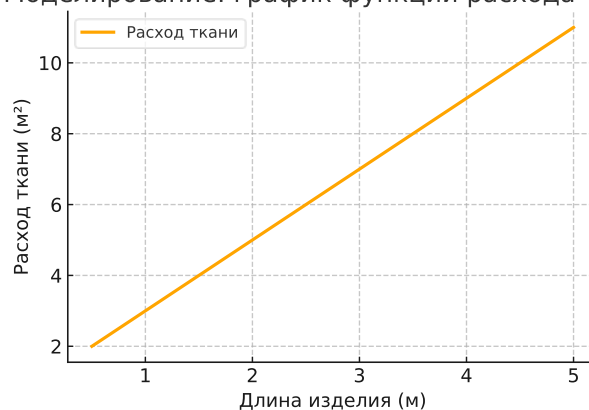
x — длина изделия в метрах,

y — расход ткани в квадратных метрах.

Задания:

1. Постройте график функции.
2. Определите расход ткани при длине изделия 2,5 м.
3. Найдите, при какой длине расход составит ровно 7 м².
4. Предположите, как изменится модель, если потребуется дополнительная отделка (например, постоянный припуск).

Моделирование: график функции расхода ткани



Методический комментарий

Это задание позволяет соединить алгебру с реальной жизнью и дает учащимся возможность осознанно применять знания:

- формируется понимание, как параметры уравнения связаны с контекстом задачи (например, $2x$ – основной расход, $+1$ – фиксированная надбавка);
- развивается навык чтения и интерпретации графиков, понимание прямой пропорциональности и ее нарушений;
- при обсуждении модели появляется пространство для критического анализа (насколько адекватна модель? какие параметры могут изменяться?).

Креативность формируется через:

- преобразование реального условия в математическую формулу;
- обсуждение и модификацию параметров модели;
- постановку дополнительных вопросов: «а что если...»;
- переход от чисел – к структуре и обобщению.

ПРИМЕР 2. Исследование квадратных функций

Тема: Квадратные функции и графики – 9 класс.

Ключевой навык: Исследование влияния коэффициентов на свойства графика функции, формирование математических гипотез.

Учебная ситуация: ученики получают уравнение: $y = x^2 - 4x + 3$ и строят его график.

Далее предлагается изменить отдельные коэффициенты и наблюдать, как это влияет на форму и положение параболы.

Например:

$$y = x^2 - 4x + 1$$

$$y = 2x^2 - 4x + 3$$

$$y = -x^2 - 4x + 3$$

Вопросы к обсуждению:

1. Как влияет изменение свободного члена?
2. Что происходит с направлением и шириной ветвей при изменении коэффициента при x^2 ?
3. Как определить число корней по графику и уравнению?
4. Что показывает дискриминант?

Расширение/усложнение:

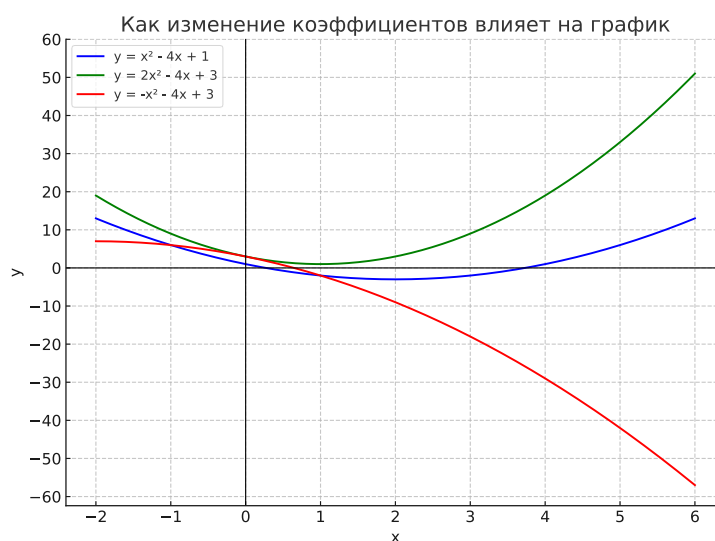
- Придумай уравнение квадратной функции, которая:
 - не имеет корней;
 - имеет вершину в точке $(2, 1)$;
 - проходит через начало координат.

Методический комментарий

Это задание не просто закрепляет алгоритм построения графиков, а формирует у учащихся понимание взаимосвязей между уравнением и его графическим образом.

Креативность проявляется:

- в исследовательской работе с параметрами уравнения и наблюдении закономерностей;
- в формулировании гипотез и проверке на графиках;
- в умении строить собственные примеры и сравнивать результаты.



Работа с учетом уровня подготовки:

- Для начинающих – работа по образцу: построить, сравнить, сделать выводы.
- Для продвинутых – придумай уравнение квадратной функции, которая:
 - не имеет корней;
 - имеет вершину в точке (2, 1);
 - проходит через начало координат.

В результате:

Ученики учатся видеть в уравнении не просто формулу, а инструмент анализа и моделирования поведения функции.

Давайте сделаем паузу – и вот для чего:

Во-первых, во всех приведенных примерах можно было бы усилить сюжетность, добавить интригу, противоречие или элемент неопределенности.

Во-вторых, в каждой задаче важно не только «математическое ядро», но и то, как оно подается: через многослойность, диалог, взаимодействие. Все это уже было показано в предыдущих темах.

В-третьих, сейчас мы сознательно делаем акцент на **постановку заданий и методические комментарии**, потому что именно через них креативное мышление переходит из абстрактного обсуждения в реальную практику урока.

Следовательно, креативные задания требуют не только нестандартной постановки, но и осмысленной педагогической поддержки. В следующей таблице описаны ключевые **формы работы и педагогические условия**, которые позволяют реализовать потенциал креативных заданий.

Таблица 4.

Методика работы с креативными задачами

Форма работы	Действия учителя	Действия учеников	Что формируется
<i>Постановка задачи</i>	Создает проблемный контекст, допускает вариативность	Уточняют, формулируют вопросы	Мотивация через ситуацию
<i>Индивидуальная работа</i>	Поддерживает вопросами, не дает готовых решений	Пробуют, ищут собственный подход	Индивидуальные стратегии
<i>Парная/групповая работа</i>	Организует распределение ролей, стимулирует обсуждение	Сравнивают подходы, аргументируют	Коммуникация и взаимодействие
<i>Обсуждение решений</i>	Приглашает к презентации, сравнивает варианты	Представляют, анализируют чужие решения	Критическое мышление
<i>Рефлексия</i>	Помогает формулировать выводы и наблюдения	Анализируют, что помогло, что мешало	Самоанализ, понимание процесса

И так, даже хорошо подобранная задача не работает, если она не включена в систему педагогической поддержки.

Развитие креативного мышления – это не только про **что задать**, но и **как создавать ситуации поиска и работать** с ответами, ошибками, гипотезами учеников.

ПРИМЕР 3. Интерпретация графиков в прикладных задачах

Тема: Функции и графики – 11 класс.

Ключевой навык: Анализ и интерпретация графиков, перенос математических объектов в прикладные контексты.

Учебная ситуация:

Ученикам предлагается график, на котором изображена скорость объекта во времени.

Вместо того чтобы просто описывать поведение функции, учащиеся должны:

1. Интерпретировать график:

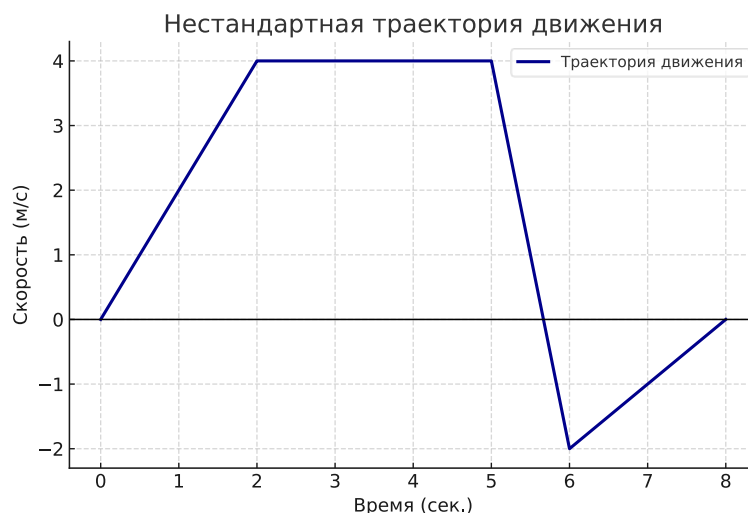
- Где происходит рост, где спад?
- В какие моменты движение ускоряется, замедляется, останавливается?
- Какой участок графика соответствует равномерному движению, а какой — торможению?

2. Переосмыслить контекст:

- А что, если это не скорость? А температура? Уровень воды? Настроение персонажа? Давление в шине?
- Какие жизненные ситуации могут «выглядеть» так на графике?

3. Создать собственную ситуацию:

- Придумайте историю (движение транспорта, эмоции человека, фаза роста растения и др.);
- Нарисуйте график этой ситуации, объясните, почему он именно такой;
- Сравните получившиеся графики в группе.



Методический комментарий

Креативность в этом задании проявляется в способности интерпретировать математический объект – график – в различных прикладных и смысловых контекстах.

Благодаря чему, ученики:

- учатся интерпретировать графики в разнообразных контекстах;
- развивают воображение и образное мышление, предлагая собственные трактовки;
- формируют гибкость мышления, замечая, что один и тот же график может соответствовать множеству ситуаций;
- учатся переносить алгебраические навыки в реальные, межпредметные задачи.

Наш разговор о методике будет неполным, если не затронуть еще один важный аспект – **оценивание**. Именно от того, как мы оцениваем нестандартные подходы и решения, зависит, будет ли ученик пробовать новое, проявлять инициативу или, наоборот вернется к привычному поведению: освоил алгоритм – решил – забыл.

2.3. Как оценивать креативность в решении задач?

Креативность – это не то, что можно легко измерить, и уж тем более не то, что стоит оценивать по шкале от 0 до 10. Оценивание решения креативных заданий требует иного подхода – не просто проверки правильности вычислений. Хотя мы здесь не говорим подробно о формативном оценивании, уже очевидно: работа с креативными задачами нуждается именно в таком подходе – поддерживающем, направленном на понимание и осмысление. Здесь важен не столько результат, сколько то, как ученик думал, искал, пробовал, менял направление.

Креативность проявляется в:

- *оригинальности* подхода (необычный способ, новая идея);
- *количестве* проверенных гипотез;
- умении *обосновать* ход рассуждений;
- способности *критически пересмотреть* решение.

Как можно фиксировать и обсуждать это на уроке?

- **Описание подхода через: выходные карты, двухчастные дневники, 5-минутные эссе**
Ученик кратко записывает: «Я сначала попробовал так... Потом понял, что не работает, и решил иначе...». Это помогает увидеть мышление, а не только результат.
- **Мини-презентация группы**
Группа кратко (1–2 минуты) рассказывает, как они решали: какие идеи пробовали, какие отбросили, что в итоге сработало. Это важный момент – *проговаривание стратегии*. Учащиеся учатся объяснять свои действия, а не только предъявлять ответ.
- **Самооценка по критериям**
Это помогает ученику осознать свои сильные стороны и точки роста. Ниже приведена одна из возможных форм:

Лист самооценки (индивидуально или в паре):

Критерий	Да	Иногда	Нет	Комментарий
Я попробовал(а) более одного способа решения				
Я предложил(а) идею, которая отличалась от других				
Я мог(ла) объяснить свой ход решения				
Я изменил(а) решение после обсуждения				
Мне было интересно работать над задачей				

- **Рефлексии в конце задания** (возможный вариант):
 - Что я придумал(а) сам(а)?
 - Где мне помогли другие?
 - Что я бы сделал(а) по-другому в следующий раз?
 - Что меня удивило в решениях других?

Такие подходы делают оценивание не контролем, а **частью обучения**. Они показывают: что важен не только результат, но и ход мыслей. Это усиливает мотивацию и помогает ученику чувствовать уверенность.

Подведение итогов: ключевые выводы

1. Креативное задание требует не только формулировки, **но и сопровождения**: через вопросы, обсуждение, обратную связь.
2. Важно не только *что* мы предлагаем, **но как ученики входят в задачу** и работают с ней.
3. Ошибки, пробные ходы и нестандартные решения – **это не отклонения**, а часть учебного процесса.
4. Формативное оценивание усиливает креативность: **акцент на мысли**, а не только на правильность.
5. Учитель – не наблюдатель, а **партнер в поиске**: задает фокус, помогает осмыслить ход работы и поддерживает разные стратегии.

Рефлексивные вопросы

I. Осмысление содержания

1. Что из этой темы оказалось для меня самым полезным или неожиданным?
2. Какие три идеи я возьму в основу методики работы с креативными заданиями?
3. Почему сопровождение и формулировка задания могут быть важнее его содержания?

II. Осмысление своей практики

4. Какими своими действиями я поддерживаю креативность учеников, а какими – могу ее ограничивать?
5. Какие мои привычные формулировки заданий стоит пересмотреть, чтобы они открывали больше пространства для поиска?
6. Насколько часто я создаю условия для обсуждения разных подходов в классе?

III. Первые шаги

7. Что может помешать мне использовать креативные задания на практике?
8. С чего я начну, какое одно изменение внесу в свою практику?
9. Какие три учебные ситуации из темы занятия я хотел(а) бы опробовать на уроках?



САМОПРОВЕРКА: ЧТО Я ЗАПОМНИЛ, В ЧЕМ РАЗОБРАЛСЯ?

Лист самооценки 3.4

1. Что помогает ученику включиться в креативное задание?

- A. Обсуждение возможных подходов без навязывания решения
- B. Подробный разбор аналогичной задачи заранее
- C. Четкие инструкции, как решать задание шаг за шагом
- D. Указание, какие ошибки нужно избегать при выполнении

2. Что важно при формулировке креативного задания?

- A. Обозначить алгоритм, которому нужно следовать
- B. Указать, какое решение является эталонным
- C. Привязать условие к базовой теме и ограничить способы решения
- D. Сделать задачу открытой, с возможностью выбора стратегии

3. Что из перечисленного скорее ограничит креативность?

- A. Возможность выбора нескольких стратегий решения
- B. Требование решения строго по образцу
- C. Постановка вопроса, допускающего рассуждение
- D. Обсуждение хода мысли с учителем

4. Какую роль играет учитель при работе с креативными задачами?

- A. Контролирует правильность каждого шага решения
- B. Предлагает готовые примеры и шаблоны
- C. Сопровождает размышления, задает уточняющие вопросы
- D. Напоминает о требованиях к оформлению решения

5. Что важно оценивать при выполнении креативных заданий?

- A. Только точность вычислений и краткость ответа
- B. Лишь соответствие решению, представленному на уроке
- C. Уровень оформления и чистоту чертежа
- D. Оригинальность, логичность, попытки рассуждать

6. Что помогает ученику не бояться нестандартных решений?

- A. Знание, что каждый способ может быть признан ценным
- B. Знание, что будет правильный ответ в конце задания
- C. Примеры задач с объяснением верного решения
- D. Постоянный контроль и корректировка со стороны учителя

7. Почему важно педагогическое сопровождение креативного задания?

- A. Чтобы ученики точно знали, как именно надо решать
- B. Чтобы вовремя прервать неверный ход решения
- C. Чтобы направлять, не ограничивая поиск решений
- D. Чтобы свести к минимуму ошибки в решениях

ЗАНЯТИЕ 3

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ:

- 3. Трансформировать типовые задания, используя элементы творчества
- 4. Конструировать собственные креативные задания



ПРАКТИКУМ: ОТ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ К КОНСТРУИРОВАНИЮ

Задание 1. Есть ли здесь креативность?

Цель: научиться **видеть** элементы креативности в заданиях.

Задание для работы в парах:

- Ниже приведены три задания.
- Определите, содержит ли каждое из них креативный потенциал. Объясните свой ответ.

Задание 1	Задание 2	Задание 3
Решите квадратное уравнение любым способом. Объясните, почему вы выбрали именно этот.	Найдите объем призмы по формуле. Все данные приведены на чертеже.	Постройте график функции. Предложите, как изменить параметры, чтобы график проходил через заданную точку.

Вопросы для анализа:

1. Где в задании есть пространство для выбора?
2. Требуется ли объяснение или рассуждение?
3. Допускается ли несколько решений?

Задание 2. Диагностика и преобразование

Цель: научиться **выявлять**, что мешает/помогает креативности в заданиях.

Задание для групп:

- Изучите типовые задания.
- Проанализируйте, что в них ограничивает креативность (используйте чек-лист).
- Предложите собственный вариант формулировки, ориентированный на развитие креативного мышления.

Задание А	Задание В
Найдите площадь трапеции со сторонами 5 см, 7 см и высотой 4 см.	Решите уравнение: $2(x + 3) = x - 5$

Вопросы для размышления:

1. В чем ограниченность этих формулировок?
2. Как изменить задание, чтобы оно требовало размышлений, выбора, обоснования?

Чек-лист диагностики задания

Критерий	Да	Нет	Комментарий
1. Есть ли один «правильный» путь решения?			
2. Может ли ученик предложить разные подходы?			
3. Требуется ли осмысленное объяснение?			
4. Есть ли выбор способа, стратегии?			
5. Задание связано с реальной или интересной ситуацией?			

Форма ответа:

1. Задание: ...
2. Что ограничивает креативность: ...
3. Новый вариант формулировки: ...
4. Как это повлияет на работу учеников: ...

Задание 3. Конструирование собственного задания

Цель: *отработать навык* создания креативного задания по своей теме.

Задание для работы в триадах (тройках):

- Сконструируйте одно креативное задание по любой теме. Используйте методический конструктор, чтобы выстроить структуру задания.

Методический конструктор

Элемент	Описание элемента: характеристики, действия
1. Тема (раздел, класс)	
2. Задание (формулировка)	
3. В чем креативность задания?	задание допускает ..., требует рассуждения ..., используется обратный способ ..., предполагает сравнение ..., поиск ...
4. Цель задания/ ключевой навык	умение искать ..., сравнивать ..., преобразовывать..., находить ..., моделировать ...,
5. Возможные ходы, действия учеников	подбор значений ..., проверка пересечения ..., графическое решение ..., перевод решений в ..., изменение параметров ...
6. Как я буду сопровождать выполнение	уточняющие вопросы, обсуждение вариантов, различные схемы/визуализации, намеки/подсказки, а что если ...
7. Как я подведу итог	попрошу пары ..., предложу обсудить ..., оценим подходы ..., использую прием ..., подведем итоги с помощью ...,

ТЕМА 3.4.

Коммуникация и сотрудничество в математике

Рамочная структура темы

Что важно знать

- Роль коммуникации в математическом обучении: устной, письменной, визуальной.
- Форматы взаимодействия: индивидуальное, парное, групповое.
- Группы приемов: устная коммуникация, работа с ошибками и доказательствами, письменные и игровые формы.
- Принципы обучения в сотрудничестве: работа в парах, организации и управления групповой работой, распределение ролей в группе.

Что нужно уметь

- Подбирать и применять приемы коммуникации в разных учебных контекстах.
- Организовывать продуктивное взаимодействие между учениками с разными уровнями подготовки.
- Адаптировать приемы под цели урока, формы работы и учебное содержание.
- Проектировать задания так, чтобы ученики учились не только у учителя, но и друг у друга.

Ключевые вопросы для обсуждения

- Какой вид коммуникации будет наиболее уместен в конкретной учебной ситуации?
- Какие приемы лучше всего развивают математическую речь и гибкость мышления?
- Как выстраивать задания, чтобы ученики сотрудничали, а не просто делили работу?
- Как поддерживать равное участие в групповой и парной работе?

РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

По завершению изучения этой темы Вы сможете делать следующее:

РО 1. Понимать роль коммуникации и сотрудничества в развитии математического мышления и учебной мотивации

РО 2. Различать формы коммуникации и виды взаимодействия

РО 3. Описывать приемы математической коммуникации и их педагогические эффекты

РО 4. Проектировать учебную ситуацию с использованием приемов коммуникации и соответствующих форм взаимодействия

Введение

Коммуникация и сотрудничество – основа образовательной среды. То, как учащиеся взаимодействуют, обсуждают, спорят, объясняют, влияет не только на результат, но и на атмосферу в классе: она может быть открытой и поддерживающей – или, наоборот, замкнутой и пассивной. Одно и то же задание может оживить один урок и «провалиться» на другом – в зависимости от того, встроено ли общение в структуру обучения.

В **первом занятии** вы разберетесь, как устроена коммуникация в математике: какие бывают формы (устная, письменная, визуальная) и виды взаимодействия (индивидуальная, парная, групповая), и как они влияют на понимание и вовлеченность. Вы также узнаете, что помогает этим формам работать.

Во **втором занятии** вы познакомитесь с приемами, усиливающими учебную коммуникацию: как организовать объяснение, задать вопрос, включить ошибку в обучение, сделать письменную речь инструментом понимания. Эти приемы можно адаптировать под разные темы и уровни подготовки учащихся.

В **третьем занятии** вас ждет практикум: анализ и адаптация приемов, моделирование учебной ситуации. Вы убедитесь, что даже простые изменения делают урок более диалогичным, живым и осмысленным.



Значение основных терминов

Коммуникация в математике – обмен математическими идеями, рассуждениями и решениями через устную, письменную или визуальную форму. Включает объяснение, обсуждение, аргументацию, постановку вопросов и ответы.

Сотрудничество – это совместная работа учащихся для достижения общего учебного результата. Включает распределение ролей, обсуждение, согласование решений и взаимное обучение. Может осуществляться в базовой или временной (сменной) группе.

Устная коммуникация – взаимодействие через речь: объяснение, математический диалог, задавание вопросов, комментирование решений и действий.

Письменная коммуникация – фиксация рассуждений, объяснений и выводов в письменной форме.

Игровая форма коммуникации – использование игровых элементов, чтобы активизировать взаимодействие и интерес к математике.

Работа с ошибками и доказательствами – приемы, направленные на анализ, поиск, исправление ошибок, понимание структуры доказательств, логики вывода.

Учебный прием – педагогический ход или формат взаимодействия, используемый учителем для организации мыслительной и коммуникативной деятельности учеников.

ЗАНЯТИЕ 1

РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ:

1. **Понимать** роль коммуникации и сотрудничества в развитии математического мышления и учебной мотивации
2. **Различать** формы коммуникации и виды взаимодействия



НАЧНЕМ С ПРОСТОГО

Что Вы уже знаете и понимаете?

1. Верно или неверно?

Индивидуально: Отметьте утверждения, с которыми вы **согласны**, **не согласны** или **не уверены**. Это не тест – здесь важны ваши предположения и опыт.

Утверждение	Да	Нет	Не знаю
1. Математическое общение – это объяснение учителя или ответ ученика			
2. Одна из эффективных форм математического общения – объяснение решения у доски			
3. Ученики могут обучать друг друга, если в ходе выполнения задания есть взаимодействие			
4. Групповая работа в математике эффективна только в старших классах			
5. Ошибки не стоит обсуждать слишком часто – иначе можно не успеть по программе			
6. Я часто использую вопросы, которые запускают обсуждение на уроке			
7. Совместная работа помогает понять тему лучше – только если ученики примерно одного уровня			
8. Обсуждение разных способов решения работает только с мотивированными учениками			
9. Большинство форм коммуникации не подходят для отстающих учеников – они теряются и замыкаются			
10. Ученики не смогут качественно объяснять друг другу – они мало знают и могут только запутать			
11. Времени на уроке хватает только на объяснение и закрепление – на диалог и обсуждение его не хватает			
12. Если ученик решил задачу правильно, значит, он все понял – объяснение необязательно			

Формат обсуждения: В парах или малых группах: обсудите два-три утверждения, по которым ваши ответы расходятся. Почему?



ЧТО ВАМ НУЖНО УЗНАТЬ?

Прочитайте внимательно информационный лист 3.4, после чего проведите самопроверку своего понимания, используя лист самооценки 3.4.

Информационный лист 3.4

1. КОММУНИКАЦИЯ В МАТЕМАТИКЕ

Почему мы снова и снова возвращаемся к понятию «коммуникация» в математике? Потому что математика – это не только вычисление, но и объяснение. Ученик не просто решает задачу, он *разворачивает ход мышления, аргументирует, слушает другого, задает вопросы*. А значит, он – участник математического разговора.

Математическая коммуникация – это сложный и целостный навык, который складывается из более простых умений: выражать математические идеи, описывать ход рассуждений, понимать и анализировать объяснения других.

В отличие от обычного общения, здесь важна не просто активность в диалоге, а точность, опора на математические понятия и обоснованность высказываний. Эти умения проявляются в разных формах и ситуациях на уроке – их можно (и нужно) развивать в ходе учебной деятельности.

Математическая коммуникация включает в себя разные компоненты:

- **Устная речь:** обсуждение в парах, формулировка вопросов, объяснение собственных решений (у доски, в паре, в группе), аргументация.
- **Письменная речь:** запись рассуждений, комментариев, обоснование выбора, формулировка вывода.
- **Визуальные средства:**
 - *схемы, таблицы, диаграммы* – как способ выразить зависимость, идею, ход рассуждений;
 - *графики функций, геометрические построения, модели* – это тоже форма объяснения и выражения мысли.
- **Диалог:** уточнение терминов, задавание вопросов, выявление различий в понимании.

Каждое из этих умений может становиться предметом внимания на уроке: обсуждаться, поддерживаться, формироваться через специально подобранные задачи и формы работы.

Рассмотрим на примере, как на практике проявляются и развиваются отдельные коммуникативные умения. Начнем с задания, в котором учащиеся придумывают уравнение и объясняют его решение другим.

ПРИМЕР 1 – Алгебра. Конструирование собственной задачи.

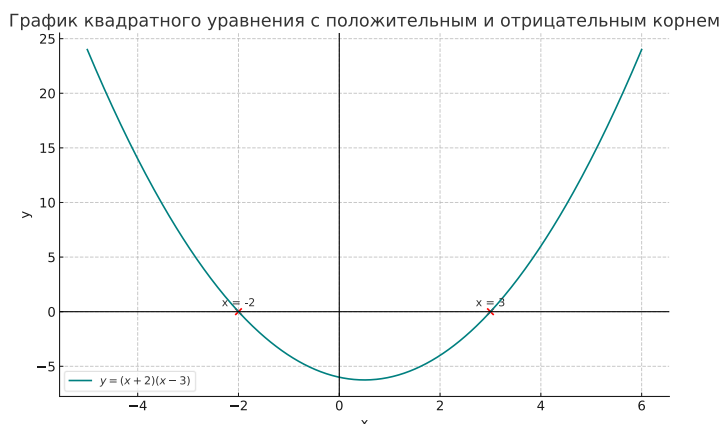
Тема: Решение квадратных уравнений. Связь между корнями и коэффициентами – 8 класс.

Ключевой навык: Анализ корней квадратного уравнения на основе его коэффициентов и графика.

Учебная ситуация: В парах придумайте уравнение, у которого два корня: один положительный, другой – отрицательный. Постройте график этого уравнения. Объясните другой паре, как вы его строили и почему ваши корни действительно соответствуют условию.

Комментарий к заданию:

- Чтобы придумать уравнение с двумя корнями разных знаков, нужно понимать, как связаны коэффициенты квадратного уравнения с его корнями.
- **Взаимообучение** возникает естественно: один понимает больше, другой – меньше, но в парной работе происходит взаимное прояснение и уточнение.
- А если некоторые пары не справляются?
- А если таких пар много?
- Что делать? Как быть учителю в такой ситуации?



Универсального ответа нет, но есть

область, где чаще всего рождаются сильные решения – **педагогическое сопровождение**. Например, до начала работы можно вместе уточнить, что именно требуется, и разобрать типовой пример. Иногда помогает прием «идеального ответа» – когда один-два сильных ученика объясняют решение у доски. Во время парной работы можно использовать наблюдение, точечные подсказки или сделать короткую остановку для общего разбора трудностей. Все это – часть методики, которая помогает включить в работу всех.

Педагогический эффект

- ✓ Возникает *математический диалог*: учащиеся обсуждают, уточняют, задают вопросы, используют график как средство аргументации.
- ✓ Две фазы коммуникации – внутри пары и между парами формируют *навыки взаимодействия*: объяснять свое решение, слушать и прояснять, если что-то не понятно.
- ✓ Через совместное обсуждение ученик лучше осваивает понятия, тренирует точность математической речи.

Кстати, *придумывание собственных задач* – один из классических дидактических принципов в математике. Это задание не только проверяет понимание, но и побуждает к осмысленному математическому действию.

Данный пример – наглядная иллюстрация того, что развитие математической коммуникации невозможно без активного взаимодействия между учениками. Само по себе «объясни решение у доски» – уже недостаточно.

Особо отметим: математическая коммуникация – это еще и **способ учиться**. Часто ученик лучше понимает тему, когда проговаривает ее вслух или слышит объяснение сверстника.

Поэтому задача учителя – создавать такие ситуации, в которых ученики обмениваются идеями, уточняют ходы, спорят, задают вопросы – то есть мыслят совместно.

ПРИМЕР 2 - Геометрия. Сравнение фигур с равным объемом.

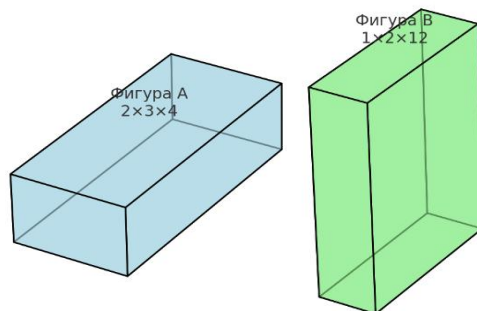
Тема: «Объем тел. Прямоугольный параллелепипед» – 8 класс.

Ключевой навык: Анализ и сравнение пространственных фигур с равным объемом.

Учебная ситуация: Перед вами две коробки для хранения книг. Обе, как утверждается, вмещают одинаковое количество книг. Так ли это?

Фигура А: прямоугольный параллелепипед размером $2 \times 3 \times 4$ дм.

Фигура В: прямоугольный параллелепипед размером $1 \times 2 \times 12$ дм.



Задание для групп:

1. Вычислите объем каждой фигуры.
2. Предположим, что каждая книга имеет размер $2 \times 10 \times 15$ см. Какой объем занимает одна книга? Сколько книг поместится в каждую коробку?
3. Если книги можно располагать в любом положении, изменится ли результат?
4. Какие геометрические свойства влияют на удобство размещения?
5. Нарисуйте третий вариант коробки с тем же объемом – но с другими измерениями. Объясните, какой вариант кажется вам оптимальным.

Расширение/усложнение задание:

- I. Ввести ограничения на ориентацию книг;
- II. Дать задачу: Вы грузите ящики объемом 24 куб. ед. в грузовик. Фигура А, В и С (придуманная вами). Какие из них проще укладываются, если грузовое пространство: $12 \times 24 \times 15$ дм.? Сколько ящиков каждого типа влезет? Какие трудности могут возникнуть?

Комментарий к заданию:

- Это наглядный пример того, что одинаковый объем не означает одинаковую вместимость – форма и ориентация объектов играют решающую роль.
- Обсуждение в группе становится естественным: учащиеся сравнивают удобство укладки, оценивают рациональность размещения и предлагают альтернативные решения.
- Создание третьей коробки требует пространственного воображения и умения аргументировать свое решение.

Педагогический эффект

- ✓ Задание сочетает критическое мышление (анализ ограничений) и творческое (поиск альтернативных форм и решений).
- ✓ В совместной работе проявляются ключевые аспекты коммуникации: уточнение условий, проверка расчетов, обсуждение подходов, согласование действий.
- ✓ Учащиеся учатся координировать работу в группе, распределять задачи и четко излагать свои предложения.

Рассмотренные примеры показывают: учебная задача становится источником развития не только предметных знаний, но и универсальных умений – если встроена в ситуацию общения.

Коммуникация помогает сравнивать и анализировать разные способы решения, уточнять формулировки, выстраивать логические аргументы. Это развивает *критическое мышление* – не как абстрактное качество, а как конкретное действие в диалоге.

Креативность подпитывается вопросами, контрастом идей, неожиданными примерами. Мысли других могут подтолкнуть к свежим взглядам, необычному ракурсу, альтернативным стратегиям.

Коммуникация – связующее звено между всеми четырьмя компетенциями. Без диалога не возникает сотрудничество. Без совместного анализа решений – нет критического осмысления. Без взаимодействия и обмена идеями – креативное мышление теряет импульс. Наконец, через такую работу возникает еще один эффект – **метамышление**: осознание того, как мыслят другие, и как мысляю я сам. Это основа для рефлексивного анализа, что, в свою очередь, связано с еще одной важной компетенцией – *умением учиться*.

2. СОТРУДНИЧЕСТВО В МАТЕМАТИКЕ

Сотрудничество, кооперация, работа в команде – все это разные грани одного более широкого понятия: *обучение сообща*. Главная идея – учиться вместе, а не просто что-то выполнять вместе.

Обучение сообща – тема сама по себе объемная и многослойная. В рамках этого занятия мы не ставим задачу рассмотреть ее во всей полноте. Но ключевые аспекты, важные для организации математического взаимодействия, мы все же выделим:

- формы работы, которые развивают сотрудничество;
- условия, при которых взаимодействие становится продуктивным;
- влияние распределения ролей на результат.

На вопросы вроде: «С чего начать?» и «Как организовать обучение сообща в классе, где больше тридцати учеников?» – можно ответить просто: начните с работы в парах. Это не требует перестановки парт и легко встраивается в привычную структуру урока. Кроме того, обучение в парах может стать естественным переходом к работе в малых группах.

2.1. Обучение в парах

Обучение в парах – это самостоятельное направление в педагогике. Такая форма работы может начинаться с простых взаимодействий и постепенно развиваться в целостную стратегию: совместное изучение, взаимообучение, тренировка и взаимопроверка. В парной работе особенно ярко реализуются два ключевых педагогических принципа: «*обучая – учусь*» и «*знания в действии*».

Чтобы работа в парах была действительно эффективной, важно договориться о правилах и оформить их как памятку или плакат:

Правила работы в парах

1. Обращайся к товарищу по имени и смотри на него, когда говоришь.
2. Говори и читай вполголоса, чтобы не мешать другим.
3. Будь доброжелателен, благодари: словом и улыбкой.
4. Ведите учет того, что вы уже сделали, чтобы видеть свой прогресс.

Такие простые правила создают среду для общения. Главное – делают совместную работу приятной.

2.2. Обучение в группах

Работа в малых группах позволяет не просто делить задания, а учиться сотрудничеству: обсуждать, договариваться, принимать общие решения и помогать друг другу. Независимо от того, используется ли групповая работа эпизодически или на постоянной основе, учителю важно уметь формировать, организовывать и сопровождать группы.

Ключевые принципы работы в малых группах:

1. Создание базовых групп (на длительный срок) и групп сменного состава (под конкретную задачу);
2. Обеспечение условий для успеха: задания должны быть посильными, с гарантией выполнения не менее чем на 70%;
3. Четкое распределение ответственности: задания как для группы в целом, так и для каждого участника (в том числе ролевые);
4. Регулярное использование приемов *взаимообучения, совместного анализа, оценки* как результата, так и процесса взаимодействия.

Типы учебных групп

Базовые группы – это стабильные мини-команды, создаваемые на длительный срок: от четверти до полугодия. Со временем в такой группе появляется доверие, взаимная поддержка и распределение ответственности. Ученики лучше чувствуют ритм друг друга и учатся работать как команда. Оптимальный состав – 4-6 человек.

Группы сменного состава – собираются на короткий срок под конкретную задачу. Они могут создаваться на 15 минут, на один урок или несколько занятий. Такие группы формируются учителем быстро: по интересу, уровню подготовки или типу задания. Например, на обсуждение альтернативных способов решения, на выполнение проектного фрагмента или анализ типичных ошибок.

Смена состава помогает избежать деления на «своих и чужих», развивает коммуникативные навыки и помогает адаптироваться к разным людям и задачам.

Сочетание стабильных базовых и гибких сменных групп соединяет устойчивость командной работы и разнообразие учебных задач.

Когда и зачем нужны базовые и сменные группы

Обучение сообща будет продуктивным, если изучение большой темы или раздела начинается с четких ориентиров. Ученикам важно понимать, что именно нужно освоить, на каком уровне и с какой глубиной.

Такие ориентиры удобно фиксировать в виде *карты роста* или *маршрута продвижения*, где выделены **уровни достижений**: базовый, продвинутый и творческий. Это помогает задать общий вектор, связать индивидуальные и групповые цели.

Поэтому важно заранее обозначить/описать:

- **базовый уровень** – знания и умения, которые должны быть усвоены всеми учащимися;
- **продвинутый уровень** – более глубокое понимание, решение типовых и усложненных задач;
- **творческий уровень** – составление собственных задач, решение открытых или олимпиадных заданий, поиск межпредметных и жизненных связей.

Когда группа видит цели по уровням, появляется:

- **понимание собственной учебной траектории** – каждый видит, где он сейчас и куда может двигаться;
- **возможность взаимопомощи** – сильные помогают освоить базовый минимум и при этом сами учатся: *обучая – учусь*. Менее уверенные задают уточняющие вопросы, которые проясняют трудные места. Так реализуется принцип: *ученик учит ученика*, а достижение одного становится вкладом в общий результат;
- **основа для оценки** – помогает отслеживать как индивидуальный прогресс, так и вклад каждого в общий результат группы.

ПРИМЕР. КАРТА РОСТА

Тема: «Системы линейных уравнений с двумя переменными» – 8 класс.

Базовый уровень (нужно знать и уметь обязательно):

- ✓ Понимаю, что такое система уравнений и что значит ее решить
- ✓ Умею решать системы двумя способами: подстановкой и сложением
- ✓ Умею проверить, правильно ли решил (подставляю и проверяю)

Продвинутый уровень (если хочу разобраться глубже):

- ✓ Могу решать текстовые задачи, где надо составить систему
- ✓ Понимаю, какой и когда способ решения удобнее использовать
- ✓ Умею работать с задачами, где в уравнениях есть параметры (буквы вместо чисел)

Творческий уровень (если хочется попробовать больше):

- ✓ Придумываю свои задачи на систему уравнений
- ✓ Пробую необычные или сложные задачи (например, про движение, проценты, геометрию)
- ✓ Объясняю, почему выбрал один способ решения, а не другой
- ✓ Могу объяснить свое решение другим – как учитель

Эти уровни можно использовать как **инструмент планирования, ориентир для самооценки, или систему распределения заданий по группам**.

Например:

- Базовая группа ответственна за то, чтобы все освоили обязательный уровень.
- Внутри группы ученики могут брать на себя продвинутые и творческие задачи – индивидуально или в паре.

Когда ученики видят, *что нужно сделать и зачем они работают вместе*, у них появляется ясное представление и ощущение общей цели. Это усиливает и мотивацию каждого, и результат всей группы.

Чтобы групповая работа действительно давала результат, нужно продумать три аспекта. Во-первых, как формировать группы: по каким критериям и с учетом каких особенностей учеников.

Во-вторых, как распределить роли внутри группы, чтобы все были включены в деятельность и работали на общий результат. И наконец, как управлять процессом: чтобы каждый знал, что делать, а время использовалось с пользой.

Организация и управление групповой работой

Работа в малых группах – это возможность учиться сотрудничеству. Но чтобы это действительно происходило, группы надо «выстроить»: продумать состав, определить учебные задачи, передать часть ответственности и управления.

1. Как создавать группы

Формирование группы – это управленческое решение учителя.

- Состав должен быть разнородным:
 - по уровню успеваемости (сильные, средние, слабые),
 - по темпераменту (активные и спокойные),
 - по гендерному балансу (равное распределение мальчиков и девочек).
- Оптимальный размер группы: 4–6 человек. Меньше – трудно вести обсуждение, больше – не все успевают включиться.
- Иногда стоит учитывать пожелания самих учеников: с кем им комфортно работать. Но окончательное решение остается за учителем, который видит общую картину и несет ответственность за баланс в классе.

2. Распределение ролей в группе

Распределение ролей – важный элемент работы группы: оно помогает включить всех учеников и сделать совместную деятельность более осмысленной. Ниже – базовые роли и их функции.

Учебная роль	Функции и обязанности
<i>1. Координатор</i>	<ul style="list-style-type: none">– Следит за порядком и соблюдением правил– Отслеживает: кто с чем справился, кому нужна помощь– Помогает группе двигаться по плану
<i>2. Секретарь</i>	<ul style="list-style-type: none">– Ведет записи (ответы, идеи, аргументы)– Фиксирует ход рассуждений– Помогает оформить общее мнение
<i>3. Контролирующий</i>	<ul style="list-style-type: none">– Проверяет правильность решений– Помогает тем, кто запутался– Объясняет трудные моменты товарищам
<i>4. Вопрошающий</i>	<ul style="list-style-type: none">– Задает уточняющие и проверочные вопросы– Поддерживает активное обсуждение– Обращается к учителю, если группе нужна помощь
<i>5. Атмосферщик (психолог)</i>	<ul style="list-style-type: none">– Следит за тоном общения– Делает тактичные замечания– Помогает сохранить комфортную атмосферу
<i>6. Докладчик</i>	<ul style="list-style-type: none">– Формулирует итог решения– Озвучивает результат от имени группы– Отвечает на вопросы других групп или учителя

Очевидно, что не каждый ученик сразу справится со своей ролью – особенно вначале. Именно в такие моменты возникают условия для взаимопомощи и поддержки. Из этого складывается подлинный опыт совместной работы. Через пару-тройку уроков роли надо перераспределять: так каждый осваивает новые функции, понимает, как работает группа в целом, и может передать свой опыт другим.

3. Управление групповой работой

Само по себе распределение по группам не гарантирует сотрудничества. Его нужно продумать и настроить.

Что важно учитывать:

- **Распределение ролей.** Внутри группы должны быть простые роли с понятными задачами: координатор, вопрошающий, презентующий и др.
- **Организуем пространство.** Переставьте парты и создайте «островки», чтобы группа ощущала себя как единое целое. Если это невозможно – используйте привычную раскладку, но обозначьте границы группы.
- **Передайте часть управления.** Координатор помогает распределять задания, отслеживает прогресс. Сильные ученики, могут стать помощниками учителя – проверяют, объясняют, поддерживают. Так реализуется принцип «идеального управления»: группа работает сама, а учитель направляет и подключается точно.
- **Наблюдение и поддержка.** Ходите между группами, поощряйте, задавайте уточняющие вопросы. Не становитесь частью группы – будьте фасилитатором, а не участником.
- **Управляйте временем.** Объявляйте, сколько осталось до завершения задания. Гибко реагируйте: если деятельность продуктивна – дайте время на завершение, если застопорилась – завершайте раньше.

Группа работает эффективно, когда есть движение к цели, все включены, идет обучение друг у друга.

Подводя итог, обобщим ключевые формы взаимодействия. Каждая форма работы дает свои эффекты. Комбинируйте, чередуйте – это создает динамику и развивает разные навыки.

Формы взаимодействия в математической коммуникации

Формы взаимодействия	Ключевые элементы	Образовательные эффекты
<i>Индивидуальная работа</i>	Самостоятельное выполнение, анализ, рефлексия	Углубление понимания, развитие самоконтроля, личная ответственность за результат
<i>Работа в парах</i>	Взаимные объяснения, обсуждение решений, уточнение условий	Формирование аргументации, навыков общения, развитие математического языка
<i>Работа в малых группах</i>	Распределение ролей, совместное решение, планирование, работа на общий результат	Развитие социального опыта, ответственность за команду, глубокое погружение в тему
<i>Фронтальная работа</i>	Обсуждение идей на уровне всего класса, сравнение подходов, коллективное уточнение	Развитие математической речи, навыков публичного изложения, критическое мышление

Сотрудничество – больше, чем просто работа вместе

Знание по своей природе социально: мы учимся, когда обсуждаем, задаем вопросы и вместе ищем ответы. Через взаимодействие с другими наше понимание расширяется. Именно поэтому сотрудничество – ключевая компетенция XXI века: оно помогает ученикам не только усваивать содержание, но и развивать гибкие навыки, необходимые для личного и профессионального роста.

Подведение итогов: ключевые выводы

1. Математическая коммуникация включает **устные, письменные и визуальные формы** – от объяснения до записи, от графика до диаграммы.
2. Навыки проговаривания, слушания, уточнения и аргументации **помогают глубже понять** материал и **лучше выразить** свое мышление.
3. **Сотрудничество требует структуры:** ролей, правил и заданий, поддерживающих совместную деятельность.
4. Работа в парах и группах развивает ответственность, умение договариваться и **учиться друг у друга**.
5. **Передача части управления** (координаторы, помощники, роли) делает группы устойчивыми и самостоятельными.
6. **Цели по уровням** (базовый, продвинутый, творческий) помогают **увидеть маршрут**, выстроить **поддержку** и зафиксировать **прогресс**.
7. Когда ученик учит ученика, возникает общее понимание – **вклад одного становится результатом для всех**.

Рефлексивные вопросы

1. Какая мысль из прочитанного стала для вас неожиданной или важной? Почему?
2. Чем математическая коммуникация отличается от обычного объяснения? Почему это важно?
3. Какие формы математической коммуникации легче/труднее даются вашим ученикам? Почему, как вы это объясняете?
4. Как вы оцениваете коммуникативные навыки учеников? Есть ли у вас для этого критерии?
5. Какие препятствия вы видите в организации парной или групповой работы в вашем классе? Как их можно преодолеть?
6. Какие условия в вашем классе уже способствуют развитию математической коммуникации? Что можно усилить?
7. Какие идеи из этого занятия вы могли бы применить на уроке? С чего бы вы начали?



САМОПРОВЕРКА: ЧТО Я ЗАПОМНИЛ, В ЧЕМ РАЗОБРАЛСЯ?

Лист самооценки 3.4.

1. В чем состоит основная цель математической коммуникации?

- A. Передавать точные вычисления и использовать стандартные обозначения
- B. Обеспечивать понимание математических идей и поддержку смыслового обсуждения
- C. Формировать правильную терминологию и шаблоны оформления решений
- D. Повышать скорость выполнения заданий за счет обсуждения

2. Какую роль играют вопросы в математической коммуникации?

- A. Вопросы помогают поддерживать внимание и дисциплину на уроке
- B. Вопросы направляют учеников к правильным шагам и готовым алгоритмам
- C. Вопросы служат инструментом диагностики и способом углубления понимания
- D. Вопросы позволяют контролировать ход работы и ее соответствие образцу

3. Что делает математическое обсуждение в паре или группе эффективным?

- A. Каждый участник высказывает мнение, не опираясь на аргументацию
- B. Ученики действуют по инструкции, активно общаются и задают много вопросов
- C. Обсуждение ведется с опорой на доказательства, уточнения и переосмысление
- D. Главное – быстро согласиться и прийти к одному ответу, чтобы выполнить задание

4. Чем математическая речь отличается от повседневной?

- A. Математическая речь требует точных терминов, но допускает образы и сравнения
- B. Повседневная речь допускает неточности, а математическая – только формулы
- C. Математическая речь всегда письменная, а повседневная – устная
- D. Математическая речь не нуждается в пояснениях, в отличие от повседневной

5. Какова роль учителя в развитии математической коммуникации?

- A. Обеспечить контроль за правильностью ответов в каждой задаче
- B. Дать шаблон для решения и проверить его применение
- C. Создать условия, в которых ученики могут размышлять и обсуждать
- D. Минимизировать время на обсуждение и ускорить темп урока

6. Зачем развивать письменную математическую речь учеников?

- A. Она помогает развивать красивый почерк и оформление тетради
- B. Через письменную речь ученики тренируют память и запоминают алгоритмы
- C. Она раскрывает ход мысли ученика и помогает понять его стратегию решения
- D. Письменная речь заменяет устную и экономит время учителя

7. Что делает групповую работу в математике более продуктивной?

- A. Назначение ролей, где каждый отвечает за выполнение своей части
- B. Разделение задания так, чтобы каждый работал отдельно
- C. Предоставление готового решения для последующего объяснения
- D. Контроль со стороны учителя за каждым действием учеников

ЗАНЯТИЕ 2

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ:

3. Описывать приемы математической коммуникации и их педагогические эффекты

ПРИЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КОММУНИКАЦИИ И СОТРУДНИЧЕСТВА

В этом разделе мы собрали приемы, которые помогают организовать устное и письменное взаимодействие между учениками. В математике это становится способом мышления: проговорить шаги решения, услышать логику другого, отстоять свое решение.

Все приемы отобраны с учетом простоты применения: они не требуют специальной подготовки, их легко встроить в любую тему – будь то алгебра или геометрия.

Коммуникация может переходить из устной формы в письменную, графическую – и наоборот.

Многие приемы, рассчитаны на работу в парах, но могут начинаться индивидуально, а затем переходить в парную и групповую работу – все зависит от замысла учителя.

Как именно применять приемы, какие задачи подбирать, в какой момент урока включать – это уже педагогический выбор. Учитель сам адаптирует задание и прием под возможности класса и поставленные цели.

Мы лишь предлагаем набор универсальных, гибких инструментов, которые развивают математическое мышление через взаимодействия и коммуникацию.

Устная коммуникация

1. «Объясни другому»

Суть приема. Ученик **выполняет** задание (решает задачу, строит график), затем **объясняет** соседу, а тот **пересказывает** своими словами.

ПРИМЕР

Задание. Построй график функции $y = (x - 2)^2 - 3$

Ученик А выполняет построение и объясняет **соседу В**: «Я привел уравнение к вершинной форме. Вершина параболы точка (2, -3), ветви вверх, потому что коэффициент перед скобками положительный. Я выбрал несколько значений x слева и справа от вершины и построил симметричные точки».

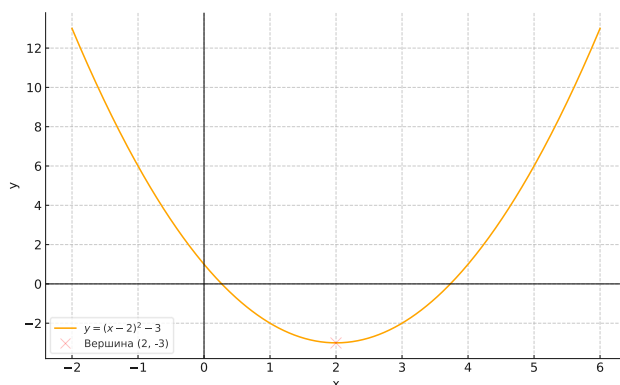
Ученик В пересказывает своими словами.

Ученик А подтверждает или уточняет.

- **Педагогический эффект:** проверяет глубину понимания, формирует связную математическую речь, развивает умение слушать и уточнять.

Варианты применения:

1. После индивидуального решения задачи: каждый объясняет соседу свой способ.
2. При работе с графиками, преобразованиями, уравнениями – ученик объясняет последовательность действий.
3. При работе над ошибками: один ученик объясняет правильное решение задачи, с которой другой ранее не справился.



2. «Расскажи – как процесс»

Суть приема. Один ученик **решает молча**, второй **вслух комментирует** каждый шаг, как спортивный комментатор.

ПРИМЕР

Задание. Решите уравнения $3(x - 2) = 9$

Ученик А выполняет решение в тетради молча.

Ученик В говорит вслух – комментирует каждое выполненное действие: «Он раскрывает скобки: 3 умножить на x – это $3x$, 3 умножить на -2 будет -6 . Получаем $3x - 6 = 9$ » и т.д.

- **Педагогический эффект:** развивает точную математическую речь и понимание последовательности действий.

Варианты применения:

1. Для отработки стандартных алгоритмов и процедур через проговаривание каждого действия.
2. В ситуациях, где важно освоение точной математической речи и формулировок.
3. Для развития навыка осознанного решения – фокус внимания на причинно-следственные связи.

3. Математическое интервью

Суть приема. Один ученик **решает** задачу, а второй **берет интервью** по его решению. Задаёт вопросы по каждому этапу – уточняет ход мыслей, возможные альтернативы.

Вопросы-шаблоны:

- Почему ты начал с этого шага?
- А если бы результат получился другим, что бы ты сделал?
- Есть ли другой способ решения?
- Можно ли объяснить это по-другому?
- Что здесь главное, а что – второстепенное?
- **Педагогический эффект:** развивает аргументацию, способность объяснять и рассуждать, тренирует математическую речь.

4. «Продолжи ход мысли»

Суть приема. Один ученик начинает решать задачу вслух и **произвольно останавливается**. Второй должен **продолжить, пояснить следующие шаги** и завершить решение.

ПРИМЕР

Ученик А: «Итак, угол ACB – прямой, значит треугольник ABC ...»

Ученик В: «...прямоугольный. Тогда можно применить теорему Пифагора для сторон AB и AC ...». После – обсуждение: верно ли продолжен ход мысли.

- **Педагогический эффект:** достраивание логики, понимание связей между шагами, помогает видеть структуру рассуждений.

Варианты применения:

- При повторении: ученик начинает воспроизводить ранее изученный способ (например, упрощение выражений), другой завершает.
- Для работы с «ошибочным началом»: первый ученик нарочно делает неудачный старт, второй должен исправить и продолжить правильно.
- В группах: пара составляет начало, другая пара – продолжение и завершение.

5. Комментированное исправление

Суть приема. Ученику дают ошибочное или неполное решение. Он должен **найти и объяснить ошибку**, а затем исправить ее.

ПРИМЕР

Решение: $(a + b)^2 = a^2 + b^2$

Задание: Найди и объясни ошибку. Запиши правильное равенство и объясни, откуда берется каждый элемент.

Комментарий: ошибка в том, что было пропущено удвоенное произведение a и b .

Правильная формула квадрата суммы: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Здесь a^2 и b^2 – это квадраты слагаемых, а $2ab$ – удвоенное произведение a и b .

- **Педагогический эффект:** развивает аргументацию, математическую лексику, внимание к структуре решений.

Варианты применения:

- При разборе типичных ошибок, выявленных в контрольной или домашней работе.
- В парной работе: анализ и обсуждение чужого решения.
- Для обобщения и закрепления темы – через обсуждение причин ошибки.

6. «Перепутанные логические цепи»

Суть приема. Ученикам дают набор утверждений **в случайном порядке**, включая 1–2 лишних. Задача – выбрать нужные и **выстроить их в логической последовательности** с пояснениями.

ПРИМЕР

Задание: Докажите, что функция $y = \frac{3x+2}{x-1}$ возрастает на каждом промежутке области определения. Расположите утверждения в логическом порядке и поясните.

Набор утверждений (в разброс):

1. Производная положительна на каждом из промежутков области определения
2. Производная функции: $y' = \frac{-5}{(x-1)^2}$
3. Область определения – все $x \neq 1$
4. Производная отрицательна на каждом из промежутков
5. Функция имеет разрыв в точке $x = 1$
6. Знаменатель производной всегда положителен
7. При увеличении x , функция убывает на каждом промежутке
8. Числитель производной – отрицательное число

- **Педагогический эффект:** формирует понимание структуры доказательства, развивает точность математической речи и логичность аргументации.

Варианты применения:

1. Для групповой работы: каждая группа получает свой набор, обсуждает логику построения.
2. Для тренировки умения различать лишние и значимые утверждения.

7. «Пропущенное звено»

Суть приема. Ученикам предлагается логическая цепочка решения, в которой даны начальный шаг, один-два промежуточных и результат – **но несколько звеньев отсутствуют**.
Задача: **восстановить недостающие шаги**.

ПРИМЕР

Задание: Докажите тождество: $\frac{1-\cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Цепочка с пропусками:

1. Исходное выражение: $\frac{1-\cos x}{\sin x}$
2. Умножим числитель и знаменатель на $1 + \cos x$
3. [?]
4. [?]
5. Получим: $\frac{\sin x}{1+\cos x}$

Задание для пары:

Восстановите недостающие шаги и поясните, как каждый из них ведет к результату.

- **Педагогический эффект:** формирует умение восстанавливать рассуждение, обосновывать действия и вести математический диалог.

Варианты применения:

1. В парной работе: совместный поиск недостающих звеньев и обсуждение вариантов.
2. В группах: одна пара восстанавливает цепочку, другая проверяет и комментирует.
3. На этапе закрепления – как способ перейти от решения к выводу.

8. «Обратная логическая цепочка»

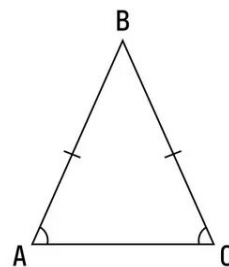
Суть приема. Учащимся дается **итог** (например, график, формула, чертеж), и задача – **восстановить путь**, который мог привести к этому результату.

ПРИМЕР

Итог: Построен равнобедренный треугольник, углы при основании равны.

Задание: Что могло быть дано в условии? Как доказать, что треугольник равнобедренный? Построй возможный ход доказательства.

- **Педагогический эффект:** развивает креативность, понимание обратной связи между процессом и результатом, содействует развитию математической речи.



Варианты применения:

1. В заданиях, где результат задан наглядно – например, через график или выражение. Ученики восстанавливают уравнение, задачу или цепочку преобразований.
2. В задачах на доказательство – как способ тренировать построение логических цепочек.
3. В групповой работе: одна группа придумывает итог, другая – составляет возможное условие и объясняет путь к нему. Затем сравнивают подходы.

9. Математический дневник ошибки

Суть приема. Ученик письменно **описывает одну ошибку**, проводит «разбор своей ошибки», объясняет, как ее понял и как будет действовать иначе в будущем.

ПРИМЕР

«Я ошибся при раскрытии скобок в выражении $3 - (x + 2)$. Забыл поменять знаки. Понял это, когда проверил, подставив число. Решил попробовать по шагам и объяснить себе вслух. Это помогло. В следующий раз буду внимательнее относиться к знакам при минусе перед скобками.»

- **Педагогический эффект:** формирует осознанность, рефлексия, развивает письменную речь и помогает преодолевать страх ошибки.

Варианты применения:

1. После контрольной или самостоятельной работы – как элемент анализа.
2. В парах – обмен дневниками, обсуждение и взаимная поддержка.
3. В группах – сбор типичных ошибок и совместный поиск способов избежать их в будущем.

Письменная коммуникация

10. «Двухчастный дневник»

Суть приема. Ученик делит лист на два столбца: **«Действие»** и **«Пояснение»**. В одном записывает шаги решения, в другом – поясняет, **зачем выполнено каждое действие**.

ПРИМЕР

Действие	Пояснение
$2x + 3 = 7$	Это уравнение с одной переменной
$2x = 4$	Вычел 3 из обеих частей
$x = 2$	Разделил обе части на 2

- **Педагогический эффект:** формирует умение объяснять математические рассуждения, развивает письменную речь и логичность мышления.

Варианты применения:

1. В индивидуальной работе – как способ формулировать и осмысливать ход решения.
2. В парах – обмен дневниками для анализа, уточнения, обсуждения.
3. В группах – сравнение и обсуждение разных вариантов пояснений.

11. Развернутый ответ на вопрос

Суть приема. Ученику задается **вопрос**, на который **нельзя ответить кратко** – требуется рассуждение, объяснение, аргументация.

ПРИМЕР

Решение квадратного уравнения с помощью формулы и методом выделения полного квадрата приводит к одному и тому же результату. В чем различие между этими способами? Когда и почему один может быть удобнее другого?

- **Педагогический эффект:** развивает аргументацию и письменную речь. Может использоваться как часть домашнего задания или работы в парах.

12. «Почтовый ящик»

Суть приема. Каждая группа получает 2–3 конверта с заданиями. Учащиеся **работают в парах**: решают задание, подписывают решение и вкладывают его в конверт. Затем конверты **переходят к другой паре**, а после – **в другую группу**. Цикл продолжается, пока **все** не поработают **со всеми заданиями**.

ПРИМЕР

Группа из четырех человек получает конверты с заданиями по теме «Рациональные уравнения».

Учащиеся работают в парах: решают, подписывают лист и вкладывают в конверт.

Через 3-5 минут, по сигналу учителя, конверт передается другой паре внутри группы – независимо от того, успели они завершить или нет.



После прохождения конверта по всем парам он передается в другую группу. Задания на конвертах примерно равны по сложности.

Завершает цикл самопроверка или коллективное обсуждение решений.

- **Педагогический эффект:** формирует умение работать в группе, применять знания в новых условиях, повышает мотивацию за счет смены формы взаимодействия.

Варианты применения:

1. При повторении и обобщении темы – каждый конверт содержит задание из определенного тематического блока.
2. Задания могут составляться другими учениками, что усиливает вовлеченность.
3. Результаты можно использовать для самопроверки и анализа ошибок
4. В расширенной версии – часть заданий включает пропущенные шаги, ошибки или альтернативные подходы, которые требуют анализа и восстановления логики.

13. Математический диктант

Суть приема. Это письменная работа, в которой учащиеся **выполняют короткие задания на слух**, без зрительной опоры. Учитель зачитывает короткие задания. Учащиеся записывают ответы или краткие рассуждения.

ПРИМЕР

- Найдите производную функции: $f(x) = x^3$
- Вычислите значение логарифма: $\log_2 8$
- Найдите область определения функции: $y = \frac{1}{x^2-4}$

Варианты применения:

1. *С пояснением:* учащиеся кратко объясняют каждый ответ.
 2. *С самопроверкой:* обмен тетрадями или обсуждение в парах – с эталоном ответов или без него.
 3. *С элементом анализа:* задания включают ошибки, учащиеся должны их выявить и исправить.
- **Педагогический эффект:** развивает математическую речь, тренировка внимания, навыки письменной коммуникации, способствует повторению и закреплению знаний

14. «Письмо другу»

Суть приема. Учащимся предлагается представить, что **они объясняют новую тему младшему ученику** (нужно упростить язык, но сохранить точность) или **однокласснику**, пропустившему урок **письменно**. Нужно кратко, но понятно изложить суть темы или способ решения задачи.

- **Педагогический эффект:** формирует навыки точного объяснения, стимулирует осознанное понимание. Можно использовать как рефлексивное задание.

15. «Трехминутная пауза»

Суть приема. После выполнения задания учитель предлагает сделать краткую **письменную паузу**: осмыслить опыт, зафиксировать свое понимание, сомнения, ощущения.

ПРИМЕР

Учитель вывешивает список незаконченных предложений:

Я изменил свое отношение к ...	Я узнал больше ...
Я удивился тому, что ...	Я почувствовал ...
Я относился к ...	Я сомневаюсь ...

Ученик выбирает 1–2 пункта, которые вызвали эмоции, отклик и свободно записывает мысли – не редактируя. Предложения служат лишь «зацепками» для размышлений.

- **Педагогический эффект:** формирует навык рефлексии, помогает осознать собственное мышление, снижает тревожность, развивает письменную речь.

Игровые формы коммуникации

16. «Угадай ход»

Суть приема. Один ученик читает вслух условие задачи и сообщает, чего он **не будет делать** (например: «я не буду раскладывать на множители»). **Второй пытается угадать**, какой способ решения выбран, и объясняет выбор. После – обсуждение реального хода и его обоснование.

- **Педагогический эффект:** развивает умение рассуждать по частичной информации, анализировать стратегии, видеть вариативность решений.:

Варианты применения:

1. В заданиях с несколькими подходами, чтобы осмыслить плюсы и минусы.
2. Как разминка на анализ задач и построение гипотез.

17. «Разные начала»

Суть приема. Оба ученика получают одну задачу и **по очереди** (или письменно) приговаривают, с **чего бы начали ее решение**. Затем сравнивают подходы, обсуждают плюсы, минусы и возможные затруднения.

- **Педагогический эффект:** способствует математическому диалогу, формирует умение видеть задачу с разных позиций и осознанно выбирать способ решения.

Варианты применения:

1. На этапе введения темы — как стартовая задача для обсуждения разных стратегий.
2. В заданиях с несколькими способами решения, чтобы сравнить эффективность.
3. При разборе нестандартных решений.

18. «Задача без чисел»

Суть приема. Учащимся дается **задача** (например, уравнение, схема, текст) **без чисел**. Их задача – **подобрать значения** так, чтобы задача имела решение, и **объяснить выбор**.

ПРИМЕР

Рассмотри уравнение: $ax + b = cx + d$

Задание: подбери значения a, b, c, d чтобы:

- уравнение имело один корень;
- не имело решений;
- имело бесконечно много решений.

Объясните, как выбранные вами значения влияют на число решений и почему.

- **Педагогический эффект:** формирует понимание структуры уравнений и условий решений, развивает точность формулировок и математический язык.

Варианты применения:

1. В темах, где важно различать типы решений: уравнения, неравенства, системы.
2. При изучении графиков: ученики подбирают параметры, влияющие на взаимное расположение графиков.
3. В работе с текстовыми задачами: восстановить числовые данные, чтобы задача имела смысл и решение.

19. Карточки «вопрос – ответ»

Суть приема. Ученики получают набор карточек – часть с *вопросами*, часть с *ответами*.

Задача: **найти пары**, составить логические объяснения, а затем **проговорить вслух** как полное утверждение.

ПРИМЕРЫ КАРТОЧЕК

Вопрос (на карточке)	Ответ (на карточке)
В уравнении $2x = 10$. Почему делим обе части на 2?	Потому что хотим выразить x , а перед ним множитель 2
В уравнении $x^2 - 6x + 9 = 0$. Почему корни равны?	Потому что дискриминант равен нулю
В выражении $5x + 10$. Почему выносим за скобки?	Чтобы упростить выражение: $5(x + 2)$, и легче решать уравнение
В уравнении $x - 3 = 5$. Почему прибавляем 3 к обеим частям?	Чтобы устранить -3 и сохранить равенство
Почему график функции $y = x^2 - 2x + 1$ – парабола?	Потому что это квадратная функция, она всегда задаёт параболу
Почему значение функции $y = 0$ в точке $x = 3$?	Потому что при $x = 3$, график пересекает ось X – это и есть ноль функции

Как использовать:

- Ученики тянут карточки вслепую и ищут свою пару.
- После нахождения – *вслух объясняют* полный ответ.
- **Педагогический эффект:** развивает математическую лексику, навык устного обоснования. Подходит для всех форм работы: парной, групповой, фронтальной.

Обобщающая таблица методических приемов

Название приема	Краткое описание	Педагогический эффект
Устная коммуникация		
1. Объясни другому	Один решает, другой пересказывает	Проверяет понимание, развивает речь и слушание
2. Расскажи как процесс	Один решает молча, другой озвучивает	Формирует понимание действий, точность речи
3. Математическое интервью	Один решает, другой задает уточняющие вопросы	Укрепляет аргументацию, понимание решений, развивает речь
4. Продолжи ход рассуждений	Один начинает решение, другой продолжает	Развивает логическое мышление, понимание структуры рассуждений
Работа с ошибками и доказательствами		
5. Комментированное исправление	Найти и объяснить ошибку в решении	Развивает аргументацию и внимательность
6. Перепутанные логические цепи	Расставить шаги доказательства в правильном порядке	Формирует логическое мышление и точную речь
7. Пропущенное звено	Восстановить недостающие шаги решения	Укрепляет понимание логики преобразований и аргументацию
8. Обратная логическая цепочка	Построить рассуждение, ход решения от результата к условию	Развивает креативность, обратную связь между условием и ответом
9. Математический дневник ошибки	Описать типичную ошибку и путь ее преодоления	Формирует саморефлексию и устойчивость к ошибкам
Письменная коммуникация		
10. Двухчастный дневник	Таблица из действия и пояснения	Формирует осмысленность действий и точную письменную речь
11. Развернутый ответ на вопрос	Письменно объяснить математическое утверждение	Развивает письменную речь и аргументацию
12. Почтовый ящик	Решение заданий в конвертах с передачей	Формирует групповое взаимодействие и ответственность
13. Математический диктант	Запись ответов на слух	Способствует закреплению знаний и отработке базовых навыков
14. Письмо другу	Письменное объяснение другому ученику	Развивает ясность письма и доступность изложения
15. Трехминутная пауза	Рефлексия после задания через незаконченные фразы	Поддерживает самопонимание и осознанность
Игровые формы коммуникация		
16. Угадай ход	Один говорит, чего не будет делать, второй угадывает способ	Помогает прогнозировать, работать с неполной информацией
17. Разные начала	Сравнение начальных шагов решения	Формирует умение видеть задачу с разных позиций, вести диалог
18. Задача без чисел	Подбор данных под структуру задачи	Учит видеть структуру задачи, формулировать условия
19. Карточки «вопрос – ответ»	Сопоставление объяснений в парах	Развивает лексику, умение обосновывать действия

Подведение итогов: ключевые выводы

1. **Коммуникация в математике** – это не только передача знаний, но и способ мышления: через объяснение, уточнение, обсуждение, аргументацию.
2. **Разнообразные приемы** помогают ученикам включаться в работу, осмыслять материал, учиться слушать и говорить на математическом языке.
3. **Все предложенные приемы:**
 - легко *адаптируются* под любую тему и уровень сложности;
 - не требуют специальной подготовки и *могут использоваться сразу*;
 - подходят как для *устной*, так и для *письменной* формы коммуникации;
 - могут начинаться как *индивидуальные задания*, а затем переходить в *парную или групповую работу*;
 - поддерживают развитие *ключевых компетенций 4К+*.
4. Учитель сам выбирает, **когда** и **как** применять приемы, исходя из целей, задач и особенностей класса.

Рефлексивные вопросы

1. Какие три приема показался вам наиболее универсальными? Почему?
2. Какой из них вы могли бы применить уже на следующем уроке? В какой теме?
3. В каком приеме вы увидели наибольший потенциал для развития математической речи учащихся?
4. С какими сложностями может столкнуться ученик при участии в таких видах взаимодействия? Как их можно преодолеть?
5. Какие приемы лучше подходят для работы с сильными учениками? А какие – для тех, кому нужна поддержка?
6. Какой прием может помочь неуверенному ученику включиться в диалог? Почему?
7. Какие формы взаимодействия (письменные, устные, игровые) вам лично ближе и почему?

ЗАНЯТИЕ 3

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ:

4. Проектировать учебную ситуацию с использованием приемов коммуникации и соответствующих форм взаимодействия



ПРАКТИКУМ: ОТ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ К КОНСТРУИРОВАНИЮ

Задание 1. Прием под микроскопом

Цель: *определить* область и способы применения методических приемов.

Задание для групп:

1. Каждая **пара** выбирает **один прием** из обобщающей таблицы (приемы в группе не должны повторяться).
2. Пара **анализирует прием** по предложенной таблице с вопросами (4 категории).
3. После завершения каждая пара **представляет свой прием группе** (коротко: где и как использовать, с какой целью + метафора).

Вопрос для размышления	Названия приема
1. Область применения – В каких темах/разделах математики? – На каком этапе урока?	
2. Способы применения – Вид задания: доказательство, преобразование, решение – Форма работа: парная, групповая, индивидуальная – Виды коммуникации: устная, письменная, визуальная	
3. Педагогические цели Выберите из списка/добавьте: ○ развитие математической речи ○ умения объяснять ○ умения рассуждать ○ формирование понятий ○ работа с ошибками ○ повышение мотивации ○ самостоятельность	
4. Образ / метафора / ассоциация – Что напоминает прием?	

Задание 2. Трансформация приема

Цель: *адаптировать* прием под разные условия: тип задания, формы работы и уровень учеников.

Задание для группы:

1. Выберите **одну** математическую тему и сформулируйте/запишите **учебное задание**;
2. Выберите **один подходящий прием** для учебного задания;
3. **Адаптируйте** прием по следующим направлениям:

Направление	Вопрос для работы	
Форма коммуникации	Опишите 2-3 шага использования приема <i>в письменной</i> форме?	Опишите 2-3 шага использования приема <i>в устной</i> форме?
Формы взаимодействия	Опишите 2-3 шага как можно перейти <i>от индивидуальной к парной</i> работе?	Опишите 2-3 шага как можно перейти <i>от парной к групповой</i> работе?
Уровень учеников	Как сформулировать задание/вопрос для ученика <i>с трудностями</i> ?	Как сформулировать задание/вопрос для <i>продвинутого</i> ученика?

Вопросы для самооценки/самоанализа

1. Форма коммуникации <ul style="list-style-type: none"> – Насколько удачно был адаптирован прием для устной и письменной формы? – Помогают ли шаги, которые мы описали, развивать математическую речь? 	2. Формы взаимодействия <ul style="list-style-type: none"> – Удалось ли логично спланировать переход от индивидуальной к парной, от парной к групповой работе? – Не теряется ли суть приема при переходе между формами?
3. Уровень учеников <ul style="list-style-type: none"> – Насколько точно адаптировано задание для ученика с трудностями? Доступно, поси́льно? – Насколько задание для продвинутого ученика даёт простор для выбора стратегии, аргументации? – Смогли ли мы сохранить цель приема в обеих версиях? 	4. Общие вопросы <ul style="list-style-type: none"> – Как трансформация повлияла на потенциал приема? – Какие новые идеи/варианты использования возникли в процессе? – Какие трудности вызвала трансформация и как их можно преодолеть?

3. Проектирование учебной ситуации

Цель: разработать учебную ситуацию под конкретную задачу с выбором приема, вида коммуникации и формы взаимодействия.

Задание для групп:

1. Выберите **один вариант** учебной задачи или придумайте сами.
2. Из таблицы выберите **один подходящий прием** для учебной задачи.
3. **Обоснуйте** выбор:
 - Чем прием поможет ученикам?
 - На каком этапе урока его использовать?
 - Какие цели он поможет достичь?
4. **Смоделируйте 2-3 шага** коммуникации и взаимодействия между учениками при использовании приема:
 - Кто что делает: говорит, пишет, рассуждает, проверяет?
 - Как организована работа: индивидуально, в паре, в группе?

Вариант 1: Решение квадратного уравнения

Задача: решите уравнение: $x^2 - 5x + 6 = 0$

Контекст: Ввод/закрепление темы. Возможность сравнить разные методы решения.

Вариант 2: Признаки равенства треугольников

Задача: доказать, что треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ равны по двум сторонам и углу между ними.

Контекст: Работа с доказательством, аргументацией.

Вариант 3: Функция и ее график

Задача: построить график функции $y = \frac{3x+2}{x-1}$ и описать его свойства.

Контекст: Обобщение, визуализация, особенности графиков.

Моделирования учебной ситуации

Элемент	Описание
Учебная задача	
Выбранный прием	
Обоснование выбора	
Моделирование взаимодействия и коммуникации	Шаг 1: Шаг 2: Шаг 3:

Вопросы для размышления

- Какие трудности могут возникнуть при применении?
- Можно ли использовать два приема в этой же задаче? Какой это даст эффект?

ТЕМА 3.5.

STEAM-подход в преподавании математики

Рамочная структура темы

Что важно знать

- Сущность STEM-подхода и его отличие от традиционного обучения.
- Ключевые принципы STEM: междисциплинарность, практическая направленность, исследовательский подход, сотрудничество.
- Форматы заданий в STEM-образовании и их мотивационный потенциал.
- Основные трудности внедрения и риски, с которыми сталкивается учитель

Что нужно уметь

- Разрабатывать и использовать STEM-задания на основе содержания учебного плана.
- Адаптировать задания под уровень подготовки учеников и имеющиеся ресурсы.
- Создавать междисциплинарные задания, объединяющие знания из разных областей.
- Организовывать учебные ситуации, предполагающие исследование, проектирование и командную работу.

Ключевые вопросы для обсуждения

- Как меняется роль учителя и ученика в STEM-среде по сравнению с традиционным уроком?
- Почему задания, связанные с реальной жизнью, вызывают у учеников больший интерес?
- Как внедрять STEM без больших ресурсов и оборудования?
- Что важнее в STEM-подходе: процесс исследования и проб, или конечный результат (готовый продукт, проект)?

РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

По завершению изучения этой темы Вы сможете делать следующее:

- РО 1. Описать** принципы STEM-подхода и **объяснить** его педагогическую ценность
- РО 2. Перечислить** основные характеристики STEM-заданий и **различать** их от традиционных
- РО 3. Разрабатывать** учебные ситуации на основе STEM-подхода
- РО 4. Адаптировать** STEM-задания под разные уровни подготовки учеников и условия

Введение

Эта тема предназначена для учителей математики, которые хотят сделать уроки более практичными, интересными и мотивирующими для учеников. STEM-подход позволяет объединять математику с другими дисциплинами, создавать задания, связанные с реальной жизнью.

В первом занятии вы познакомитесь с историей и принципами STEM, разберете, как устроены учебные ситуации, и увидите каталог готовых заданий, которые можно использовать на уроках.

Второе занятие – практическое: вы научитесь дорабатывать и адаптировать задания под разные условия, создавать собственные учебные ситуации и пробовать себя в роли «архитектора урока».

Тема даст вам не только понимание, но и реальные инструменты для работы: вы увидите, как можно без лишней нагрузки разнообразить занятия, повысить мотивацию учеников и помочь им почувствовать ценность математики в реальной жизни.



Значение основных терминов

STEM – подход в образовании, основанный на интеграции знаний из области науки, технологий, инженерии и математики для решения практико-ориентированных задач.

Междисциплинарность – объединение знаний и методов из разных учебных предметов для изучения одной проблемы или выполнения проекта.

STEM-задание – учебная задача, построенная на реальной или правдоподобной ситуации, требующая применения знаний из разных областей и предполагающая несколько вариантов решения.

Проектная деятельность – способ организации обучения, при котором учащиеся разрабатывают собственные проекты, проходя этапы от постановки проблемы до представления результата.

Исследовательский подход – метод обучения, при котором учащиеся самостоятельно формулируют вопросы, выдвигают гипотезы, проводят наблюдения или эксперименты, анализируют результаты.

Инженерное мышление – умение проектировать и создавать решения, проверять их на практике, анализировать ошибки и улучшать результат.

Адаптивность задания – возможность варьировать сложность и объем задания в зависимости от уровня подготовки учащихся и доступных ресурсов.

Учебное пространство как «третий учитель» – организация среды, которая стимулирует самостоятельное исследование, взаимодействие и поиск решений.

ЗАНЯТИЕ 1

РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ:

1. **Описать** принципы STEM-подхода и **объяснить** его педагогическую ценность
2. **Перечислить** основные характеристики STEM-заданий и **различать** их от традиционных



НАЧНЕМ С ПРОСТОГО

Что Вы уже знаете и понимаете?

1. Вопросы для обсуждения в группах:

1. Какие предметы входят в аббревиатуру STEM?
2. В чем принципиальное отличие STEM-заданий от обычных учебных задач?
3. Какие ассоциации у вас возникают, когда вы слышите фразу «STEM-подход»?

2. Верно или неверно?

Отметьте, какие утверждения правильные, а какие – нет.

Утверждения	Верно	Неверно
1. STEM-подход появился в Европе в начале 2010-х годов		
2. Основная идея STEM – решать задачи, приближенные к реальной жизни		
3. В STEM-формате обязательно используются дорогостоящие технологии		
4. Одним из принципов STEM является междисциплинарность		
5. Одним из принципов STEM является закрепление знаний		

3. Мини-упражнение

Посмотрите на два задания. Какое из них ближе к STEM-подходу? Почему?

- а) Найдите площадь прямоугольника со сторонами 5 см и 8 см.
- б) Рассчитайте площадь земельного участка для школьного сада по его контуру, предложите, как можно оптимально разместить грядки.

4. Обсуждение в группах

В классе дали задачу: «Спроектируйте мост из подручных материалов, который выдержит вес учебника».

Какие предметные знания будут задействованы?

5. Вопрос на самооценку

Что вам ближе:

- а) Решать задачи по учебнику.
- б) Обсуждать и искать разные варианты решений.
- в) Применять математику в реальных жизненных ситуациях.
- г) Работать над проектами в команде.



ЧТО ВАМ НУЖНО УЗНАТЬ?

Прочитайте внимательно информационный лист 3.5, после чего проведите самопроверку своего понимания, используя лист самооценки 3.5.

Информационный лист 3.5

1. ОБУЧЕНИЕ НА ОСНОВЕ STEM – ПОДХОДА

Обычно знакомство с новой концепцией начинается с описания принципов, основных подходов и определений. Но сегодня мы пойдем другим путем. Вместо того чтобы сначала разбирать, что такое STEM и как он работает, мы начнем с живого примера. Ситуации, в которой наука, технологии, инженерия и математика соединяются, чтобы решить реальную проблему. Так мы сразу увидим STEM в действии, а уже потом разберем, из каких принципов он состоит и почему это работает.

Но основную идею озвучим сразу: **STEM – это подход, где разные области знаний работают вместе, а не по отдельности. Его суть – в решении комплексных задач, близких к жизни, где нет «чисто математического» или «только экологического» ответа.** Сегодня мы начнем именно с такой ситуации.

Учебная ситуация: «Городские сады»

Современные города – это в основном бетон и асфальт. Земля стоит дорого, а свободных участков мало. Тем не менее, люди по-прежнему нуждаются в парках, деревьях и цветах – не только для красоты, но и для чистого воздуха, тени, снижения жары и шума.

Перед архитекторами, инженерами, экологами и экономистами встает вопрос: как вернуть зелень в город, не занимая лишнюю землю?

Вы – молодые архитекторы и городские планировщики! Вы участвуете в конкурсе на лучший проект по озеленению городской среды. Ваша задача – найти новые места для зеленых насаждений в крупном городе. Но есть условие: стандартные решения (сады на крышах, цветы на балконах, плющ на стенах) использовать нельзя. Необходимо придумать принципиально новое решение, которое можно реализовать в условиях плотной застройки и высокой стоимости земли.

Результатом вашей работы станет эскиз или концепция проекта с описанием идеи, расчетами и обоснованием выбранного варианта.

Без лишних слов ясно: это междисциплинарная задача. В реальной жизни так и бывает – проблема редко относится только к одной области знаний. Здесь переплетаются инженерия, архитектура, экология, экономика, география и математика.

Чтобы выйти на нестандартные решения, недостаточно просто «посидеть и подумать». Учитель в этой ситуации играет активную роль – он направляет обсуждение, задает наводящие вопросы, подбрасывает идеи-ориентиры. Например:

- А можно ли использовать *вертикальное* пространство?
- А что насчет *подземного* или *подводного*?
- Можно ли превратить *остановки транспорта* или *внутренние этажи зданий* в зеленые зоны?
- Что даст использование *плавающих платформ* или *многоуровневых мостов*?

Несколько возможных решений и математическая составляющая

1. **Подземные парки** – использование заброшенных тоннелей или специально построенных подземных залов с солнечными световодами.

Где здесь математика?

- **Геометрия:** расчет площади и объема подземного пространства, оптимизация расположения зон.
- **Тригонометрия и оптика:** расчет углов зеркал и световодов для максимального освещения.
- **Арифметика и пропорции:** оценка потребности в энергии для LED-освещения, сравнение с дневным светом.



2. **«Этаж-парк» в многоквартирном доме** – на одном из уровней (например, 7-й этаж) вместо квартир создается мини-парк с деревьями, дорожками и зонами отдыха.

Архитектурно это делит здания на две части, снижая эффект «бетонного монолита». Жители разных этажей имеют быстрый доступ к природе, не спускаясь на улицу.

Где здесь математика?

- **Статика и прочность:** вычисление допустимой нагрузки на перекрытия (вес грунта, воды, людей, растений).
- **Объем и площадь:** определение размеров парка и количества зелени.
- **Геометрия:** вычисление длины криволинейных дорожек и сложных фигур (например, округлых клумб)



3. **Плавучие сады** – платформы с растениями на реках и озерах, которые очищают воду и создают новые зеленые пространства.

Где здесь математика?

- **Плотность и объем:** расчет плавучести платформ.
- **Площадь:** определение размеров для нужного количества растений.
- **Алгебра:** расчет эффективности растений в очистке воды (масса загрязнений/день).



4. Мосты-сады – соединять городские здания и кварталы не просто дорожками, а зелеными переходами с деревьями, травами и кустарниками.

Где здесь математика?

- **Нагрузки:** расчет веса почвы, растений, пешеходов.
- **Площадь:** определение пространства под разные зоны.
- **Архитектурная геометрия:** расчет арок, пролетов и опор.



Междисциплинарные связи

В каждом из приведенных примеров математика встроена буквально в каждый шаг проектирования – мы это «подсветили» и увидели. Но STEM-подход предполагает, что мы рассматриваем задачу шире. Если посмотреть на эти идеи под другим углом, то в них можно найти и другие области знаний:

География:

- Планировка и распределение городских зон.
- Учет климатических условий для выбора растений.
- Учет глубины залегания и геологических условий.
- Учет направления ветров и температурных колебаний.

Экология:

- Улучшение качества воздуха и снижение уровня шума.
- Влияние зеленых насаждений на температуру, влажность и качество воздуха.
- Создание среды обитания для птиц и насекомых.
- Снижение эффекта «городского теплового острова».

Экономика:

- Расчет затрат на создание и содержание объекта.
- Определение сроков окупаемости.
- Привлечение частных инвесторов через бизнес-модели и социальные проекты.
- Оценка экономического эффекта: рост стоимости недвижимости, туристическая привлекательность, возможность размещения небольших коммерческих объектов.

Есть также проектирование, архитектурный дизайн, инженерия и изобретательство. На этапе разработки можно применять компьютерные программы для проектирования чертежей и 3D - моделирования, что добавляет в работу ИКТ.

Конечно, любая идея или проект должны учитывать реальные условия и возможности. Всегда есть ограничения, под которые нужно адаптироваться – будь то ресурсы, время или опыт учеников. Нам было важно показать сам STEM-подход, который в дальнейшем неизбежно будет подстраиваться под конкретные условия и возможности. Каждое выбранное направление или идея – это проект, а любой проект можно сузить/упростить, ограничив его набором задач. Так и происходит адаптация под уровень учеников и доступные ресурсы.

Методический анализ

В этом методическом анализе мы посмотрим на задачу «Городские сады» с двух сторон. Сначала разберем, как STEM-подход реализуется в структуре учебной ситуации – от постановки проблемы до получения результата.

Затем проанализируем, чему учатся дети, работая в таком формате: какие навыки формируются, какие применяются знания, и как это связано с компетентностным подходом.

1. Структура учебной ситуации «Городские сады»

Компонент	Описание для данной ситуации
Контекст	Ученики выступают в роли молодых архитекторов и городских планировщиков. Условие конкурса: найти новые места для зеленых насаждений, исключая стандартные решения
Проблема	В городе недостаточно мест для зеленых насаждений, а стоимость земли высока. Требуется найти принципиально новые решения
Действие	Анализ возможных пространств для озеленения: вертикальных, подземных, надводных, внутри зданий и др. Обсуждение и оценка идей в группах по критериям реализуемости, полезности и оригинальности
Выбор	Сравнение и отбор лучших вариантов; аргументация выбора; принятие решения о финальной концепции проекта
Результат	Презентация проекта с планом реализации: эскиз, описание идеи, этапы работ, расчеты, ресурсы и сроки. Обсуждение того, как идеи можно адаптировать под разные условия и ресурсы

2. Чему учатся дети при STEM-подходе

- При работе над задачей «Городские сады» ученики учатся решать комплексные, жизненные и нестандартные задачи.
- Они осваивают полимодальное мышление – умение рассматривать проблему под разными углами и с различных точек зрения.
- Развивают навык междисциплинарного подхода – использовать знания из разных областей. При этом сами знания приобретаются через самостоятельное исследование и практическую деятельность.
- В процессе работы формируются и проявляются компетенции **4К+** (различные умения, действия и применение полученные знания на практике).
- Расширяется компетентность – опыт в решении задач, причем, чем сложнее задача, тем выше уровень этой компетентности.

Подведение итогов

Методический анализ показал, что STEM-подход объединяет разные области знаний, развивает навыки 4К+ и готовит учеников к решению задач, близких к реальной жизни. Структура учебной ситуации при этом помогает им увидеть проблему, найти и выбрать решение, а также работать сообща.

2. STEM-ПОДХОД: ПРИНЦИПЫ, ФОРМАТЫ ЗАДАНИЙ И ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ПЕРСПЕКТИВЫ

Происхождение и развитие STEM-подхода

STEM – это аббревиатура, означающая *наука, технологии, инженерия и математика*.

Подход возник в США в начале 2000-х годов как ответ на разрыв между школой и требованиями экономики. Изначально он был нацелен на подготовку инженеров и специалистов технических сфер, но постепенно стал включать и педагогические задачи – развитие гибких навыков, умения работать на стыке дисциплин, повышение интереса к обучению.

Со временем подход расширился, а в него добавили **A – Arts**, что превратило STEM в **STEAM**. Добавление компонента **A – искусства и творчества** позволило объединить точные и гуманитарные подходы, подчеркнув, что инновации рождаются не только из расчетов, но и из креативных идей. Сегодня STEAM интегрирован в национальные стратегии образования многих стран, включая Южную Корею, Финляндию и Сингапур.

Ключевые принципы STEM-образования

1. **Междисциплинарность** – объединение физики, химии, биологии, географии, технологий и инженерии с математикой для решения комплексных задач.
2. **Практическая направленность** – обучение через реальные или приближенные к жизни задачи.
3. **Исследовательский подход** – постановка вопросов, планирование, самостоятельный поиск информации, проведение экспериментов и моделирование.
4. **Сотрудничество** – работа в команде, распределение ролей и совместная ответственность за результат.

В STEM-среде меняется не только содержание обучения, но и роль участников процесса. Учитель выступает организатором и фасилитатором, а ученик – активным создателем собственных знаний. Акцент смещается от объяснения и воспроизведения готового материала к созданию учебных ситуаций, где требуется анализ, формулировка гипотезы, эксперимент и презентация результатов.

Эти принципы воплощаются в конкретных типах заданий, которые делают уроки познавательными и увлекательными. Благодаря разнообразию форм работы, STEM-задания становятся источником высокой учебной мотивации.

Типы заданий и связь с учебной мотивацией

Одним из главных достоинств STEM-образования является высокая мотивационная составляющая. Она достигается за счет особенностей заданий:

- **Контекстность** — погружение в реальные или правдоподобные ситуации:
 - *Как спроектировать упаковку с минимальным расходом материала?*
 - *Какой график роста растения наиболее достоверен?*
 - *Как осветить класс одной лампой?*Такие задачи вызывают интерес и могут перерасти в полноценный STEM-проект.
- **Открытость** – наличие множества решений и отсутствие единственного «правильного ответа»:
 - *Каким образом можно улучшить вентиляцию в школьной столовой?*
 - *Как можно перепроектировать школьный двор для разных возрастных групп?*Ученики предлагают варианты, сравнивают их и выбирают оптимальный.

- **Проектный и исследовательский характер** – задания строятся по модели: *проблема → гипотеза → проектирование → проверка → рефлексия*.
 - *Исследуйте, как разные цвета покрытия крыши влияют на температуру в помещении. Проведите эксперимент с мини-моделями крыш разных цветов, зафиксируйте результаты и сделайте выводы.*
 - *Как охладить комнату в летнюю жару без кондиционера и вентилятора? Предложите несколько способов. Выберите 1–2 варианта и проверьте их на практике: проведите замеры температуры до и после.*

Таким образом, учащийся проходит путь, близкий к научному – от постановки проблемы до проведения эксперимента и анализа результатов.

- **Моделирование и визуализация** – использование цифровых инструментов, построение моделей, графиков, схем.
 - *Создайте в GeoGebra 3D-модель новой конструкции детской площадки.*
 - *Постройте диаграмму распределения солнечного света на школьном дворе в разное время года.*

Это делает математику и естественные науки наглядными и понятными.

- **Адаптивность** – возможность варьировать сложность заданий в зависимости от уровня подготовки учеников и доступных ресурсов.

Например: Задача – спроектировать модель моста.

- **Облегченный вариант** (при ограниченных ресурсах): построить макет из подручных материалов (бумага, картон, палочки), оценить прочность визуально или с небольшим грузом.
- **Усложненный вариант** (для более подготовленных учеников): рассчитать допустимую нагрузку, учесть материалы и их стоимость, по возможности – создать цифровую 3D-модель в бесплатных программах (например, *Tinkercad*).

Многослойность задания дает возможность каждому ученику работать над общей темой на доступном уровне, при этом сохраняя интерес и вовлеченность.

Трудности внедрения и риски

1. Основные сложности связаны с недостаточной методической подготовкой педагогов и нехваткой разработанных STEM-заданий, готовых к применению на уроках.
2. В ряде школ ограничены материальные и технические ресурсы (лабораторное оборудование, компьютеры, интернет), что требует адаптации заданий под доступные условия.
3. Ограниченное время на уроках затрудняют проведение полноценной проектной работы. Для учеников STEM-формат также может быть непривычным, особенно на первых этапах. Однако дети, как правило, быстро адаптируются, если задания продуманы и соответствуют их уровню.
4. Существует и риск формализации STEM-подхода: под его видом могут предлагаться отдельные «интересные» задания без системной интеграции дисциплин.
5. Внедрение STEM требует времени для подготовки уроков и перестройки образовательной среды. А само учебное пространство должно становиться «третьим учителем» – стимулировать исследование, поддерживать взаимодействие и помогать ученикам самостоятельно находить решения.

3. ПРИМЕРЫ УЧЕБНЫХ СИТУАЦИЙ В STEM-ФОРМАТЕ

В этом разделе приведены примеры учебных ситуаций, построенных в STEM-формате, для разных тем школьной программы. Каждая ситуация описана через предметное содержание и STEM-компоненты, которые могут быть использованы. Задания можно адаптировать под уровень подготовки учеников, условия и возможности конкретной школы.

Тема учебного плана	Учебная ситуация	STEM-компоненты	Ожидаемый результат	Как встроить в урок
7 класс				
<i>Геометрия треугольников</i>	Вы – дизайнеры школьной сцены. Нужно спроектировать устойчивую конструкцию с минимальными затратами материалов, используя свойства треугольников	Математика: свойства треугольников; Инженерия: прочность конструкций; ИКТ: 3D-моделирование	Чертеж конструкции с расчетами	В начале урока: проблемная ситуация, возврат к ней после изучения темы
<i>Статистика</i>	Вы – исследователи школьных интересов. Проведите опрос, обработайте результаты, представьте их в виде диаграмм + выводы	Математика: среднее, мода, медиана; Социология: опрос; ИКТ: диаграммы.	Диаграмма и аналитический отчет	Долгосрочный проект: старт в начале темы «Статистика»
8 класс				
<i>Площадь и объем</i>	Вы — дизайнеры интерьера. Рассчитайте объем и стоимость краски для ремонта класса, учитывая размеры помещения и цены на материалы	Математика: площадь, объем; Экономика: смета; Инженерия: расчет объема материалов, учет норм при проведении малярных работ	Таблица расчетов и смета	В ходе урока: практическая задача после объяснения формул
<i>Системы уравнений</i>	Вы – тренеры школьной команды. Нужно подобрать состав так, чтобы выполнить требования по росту, весу и скорости игроков	Математика: системы уравнений; Биология: физические данные; ИКТ: обработка данных	Оптимальный состав команды с расчетами	В начале урока: как отправная задача, решаем после изучения темы
9 класс				
Тригонометрия	Вы – геодезисты. Определите высоту здания по измеренному углу и расстоянию	Математика: тригонометрия; География: измерения; Инженерия: приборы	Расчет высоты и методика	В ходе урока: после изучения синуса, косинуса и тангенса
Вероятность	Вы – разработчики настольной игры. Рассчитайте шансы на выигрыш при разных условиях правил	Математика: теория вероятностей; Игровой дизайн; ИКТ: моделирование	Таблица вероятностей и стратегия	В начале урока: проблемная задача, возвращаемся к ней в конце

Тема учебного плана	Учебная ситуация	STEM-компоненты	Ожидаемый результат	Как встроить в урок
10 класс				
Производная	Вы – инженеры-проектировщики. Оптимизируйте форму контейнера, чтобы минимизировать затраты материала при заданном объеме	Математика: производная; Инженерия: проектирование; Экономика: минимизация затрат.	Чертеж и расчет оптимальных размеров	В ходе урока: мини-проект после объяснения экстремумов
Логарифмы	Вы – маркетологи. Постройте модель роста подписчиков в соцсетях и сделайте прогноз на год вперед	Математика: логарифмы; Маркетинг; ИКТ: аналитика	График роста и прогноз	В конце урока: закрепление темы
Статистическая выборка	Вы – аналитики школы. Проанализируйте успеваемость по параллели и выявите закономерности	Математика: выборка; Педагогика: анализ успеваемости; ИКТ: Excel.	Отчет с диаграммами	Проект: старт в начале в начале темы
11 класс				
Интеграл	Вы – геодезисты. Рассчитайте площадь земельного участка сложной формы по его контуру	Математика: интеграл; География: картография; ИКТ: Google Maps	Расчет площади с картой	В конце урока: закрепление темы
Матричные вычисления	Вы – логисты. Оптимизируйте маршруты доставки товаров по городу	Математика: матрицы; Экономика: логистика; ИКТ: моделирование	Оптимальный план маршрутов	В ходе урока: практическая задача после объяснения матриц
Комбинаторика	Вы – организаторы городской олимпиады. Составьте оптимальное расписание, чтобы избежать пересечений	Математика: комбинаторика; Администрирование; ИКТ: автоматизация	Оптимальное расписание	В начале урока: как проблемная задача для вовлечения

Эти примеры показывают, что STEM-подход может быть реализован как в рамках изучения нового материала, так и на этапе закрепления или проектной работы. Главное – сохранить междисциплинарность, связь с реальной жизнью и возможность самостоятельного исследования. Неотъемлемой частью такого формата является командная работа: распределение ролей, совместный поиск решений и обмен идеями. Сочетание всех этих элементов обеспечивает более глубокое понимание материала и поддерживает высокую мотивацию учащихся.

Подведение итогов: ключевые выводы

1. **STEM-подход** в учебной ситуации по математике обеспечивает интеграцию знаний и умений из разных областей, приближая задачи к реальным условиям.
2. **Структура учебной ситуации** позволяет организовать процесс так, что учащиеся учатся видеть проблему, находить решения и обосновывать их, работая в команде.
3. **Междисциплинарность** и практическая направленность заданий повышают мотивацию и вовлечённость, особенно при использовании контекста, близкого к жизни учеников.
4. **Адаптивность** формата делает его применимым в разных условиях школ Таджикистана, учитывая различия в ресурсах и уровне подготовки.
5. **Развитие 4К+** (критическое мышление, креативность, коммуникация, кооперация, умение учиться) является естественным результатом работы над такими задачами.

Рефлексивные вопросы

1. Что нового вы узнали о STEM-подходе в ходе занятия?
2. Какие примеры учебных ситуаций показались вам наиболее интересными? Почему?
3. Какие преимущества STEM-заданий вы считаете наиболее значимыми для своей работы?
4. Какие трудности вы предполагаете при внедрении STEM в свою практику?
5. Что, на ваш взгляд, является ключевым условием успешной реализации STEM на ваших уроках?
6. Какую из учебных ситуаций вы могли бы адаптировать и применить на ближайшем уроке?
7. Какие изменения в учебной среде следует предусмотреть, чтобы STEM-подход был более эффективным?



САМОПРОВЕРКА: ЧТО Я ЗАПОМНИЛ, В ЧЕМ РАЗОБРАЛСЯ?

Лист самооценки 3.5

Выберите один правильный ответ

1. Что является ключевой особенностью STEM-подхода?

- а) Обучение с упором только на естественные науки и смежные дисциплины.
- б) Интеграция знаний из разных областей для решения комплексных задач.
- в) Преимущественное использование проектной деятельности с минимумом теории.
- г) Обязательное применение цифровых технологий в процессе обучения.

2. Что отличает STEM-задания от традиционных упражнений?

- а) Отсутствие четко определенного правильного ответа.
- б) Связь с реальными жизненными ситуациями.
- в) Применение групповой работы на каждом этапе.
- г) Использование электронных ресурсов при выполнении задания.

3. Что означает междисциплинарность в контексте STEM?

- а) Сочетание нескольких тем внутри одной предметной области.
- б) Интеграцию знаний из разных учебных дисциплин.
- в) Последовательное изучение наук по отдельности.
- г) Применение нескольких способов решения в одной задаче.

4. Какой из перечисленных пунктов отражает принцип открытости задания?

- а) Возможность использовать один верный способ решения.
- б) Наличие нескольких возможных вариантов решений.
- в) Последовательная и четкая инструкция по выполнению задания.
- г) Наличие правильного ответа и возможность проверить по образцу.

5. Что является преимуществом проектной работы в STEM?

- а) Возможность самостоятельно выбрать тему исследования.
- б) Отсутствие необходимости в групповой работе.
- в) Четкое соответствие задания программе по предмету.
- г) Возможность выполнить работу без предварительных знаний.

6. Какой из факторов может затруднять внедрение STEM в школе?

- а) Наличие большого количества готовых заданий по темам.
- б) Недостаток готовых заданий и ограничения в ресурсах.
- в) Недостаточная мотивация и вовлеченность учеников.
- г) Поддержка администрации и коллег по работе.

7. Что подразумевает адаптивность STEM-заданий?

- а) Возможность изменить тему в ходе выполнения работы.
- б) Подбор уровня сложности под возможности учеников.
- в) Использование только тех ресурсов, что есть в школе.
- г) Применение разных технологий в одном проекте.

ЗАНЯТИЕ 2

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ:

3. Разрабатывать учебные ситуации на основе STEM-подхода
4. Адаптировать STEM-задания под разные уровни подготовки учеников и условия



ПРАКТИКУМ: ОТ РАЗБОРА К ПРОЕКТИРОВАНИЮ

Практикум 1. Доработка готового STEM-задания

Цель: научиться расширять и адаптировать готовые STEM-задания, определять их межпредметные связи и формируемые компетенции.

Задания для работы в парах:

1. Выберите одно STEM-задание из Раздела 3.
2. Расширьте его:
 - конкретизируйте или добавьте новые условия, усложните задачу или включите дополнительные этапы работы;
 - предусмотрите возможность выполнения задания на разных уровнях сложности.
3. Определите, какие предметы интегрируются в этом задании.
4. Опишите компетенции, которые будут формироваться у учеников (с указанием, **в чем именно** они проявляются).
5. Проверьте себя по чек-листу.

Компонент задания	Описание
Исходный вариант задания (описание учебной ситуации из таблицы)	
Расширенный вариант задания (опишите дополнения и изменения)	
Интегрируемые предметы (например: физика, география, экономика, биология, ИКТ)	
Компетенция	Как проявляется в задании
Критическое мышление	
Креативность	
Коммуникация	
Сотрудничество	
Умение учиться	

Чек-лист для самооценки	Да	Частично	Нет
1. Добавлены новые условия или этапы задания	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Предусмотрены варианты для разных уровней сложности	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Определены все предметы, которые задействованы	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Четко описаны компетенции и примеры их проявления	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. Задание выполнимо в реальных условиях	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Практикум 2. Структурирование STEM-ситуации

Цель: отработать умение расширять готовое STEM-задание и описывать его элементы по структуре учебной ситуации.

Задания для работы в парах:

1. Выберите одно STEM-задание из Раздела 3.
2. Расширьте описание учебной ситуации, внесите дополнительные условия, предусмотрите в задании различные уровни сложности.
3. Разложите получившееся задание по структуре учебной ситуации: *контекст – проблема – действия – выбор – результат*.
4. Обменяйтесь работами с другой парой и проведите взаимооценку, используя чек-лист.

Элемент учебной ситуации	Описание
Контекст Опишите ситуацию, реальную или правдоподобную с которой начинается работа	
Проблема Укажите, в чем состоит задача или противоречие, которое нужно решить	
Действия Какие шаги и виды деятельности выполняют ученики для решения задачи?	
Выбор Как и по каким критериям принимается решение? Есть ли альтернативы?	
Результат Что является итогом работы: продукт, вывод, презентация, расчет и т. п.	

Чек-лист для самооценки

Критерий	Да	Частично	Нет
1. Контекст реалистичен и понятен	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Проблема сформулирована четко	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Действия учеников выполнимы	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Есть выбор решений и критерии	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. Результат конкретный и измеримый	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. Предусмотрены разные уровни сложности	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. Задание выполнимо на уроке	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Практикум 3. Разработка собственного STEM-задания

Цель: отработать полный цикл создания учебной ситуации по STEM-подходу.

Задания для групп:

1. Выберите тему из школьной программы.
2. Сформулируйте **контекст** (реальная или правдоподобная ситуация).
3. Опишите **проблему**, которую нужно решить.
4. Определите **действия учеников** (анализ, эксперимент, расчеты и т. п.).
5. Предусмотрите **альтернативы** и **выбор** решений.
6. Опишите **результат** (продукт, вывод, презентация).
7. Добавьте **варианты для разных уровней сложности**.
8. Определите, какие предметы интегрируются, и какие компетенции формируются.

Элемент учебной ситуации	Ваше описание
<i>Контекст</i>	
<i>Проблема</i>	
<i>Действия</i>	
<i>Выбор</i>	
<i>Результат</i>	
<i>Варианты уровней сложности</i>	
<i>Интегрируемые предметы</i>	
<i>Компетенции (4K+)</i>	

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИСТОЧНИКИ

1. Конституцияи Ҷумҳурии Тоҷикистон.
2. Закон Республики Таджикистан "Об образовании".
3. Национальная стратегия развития образования Республики Таджикистан на период до 2030 года.
4. Национальное рамок развития образования Республики Таджикистана. Душанбе, 2025-07-25.
5. Мухторӣ Қ., Сафин Д. В., Кабиров Н., Садруддинов Х. ва дигарон. Воситаҳои истифодаи арзёбии ташаккулдиҳанда барои рушди салоҳиятҳои асосии хонандагон. Дастури таълимӣ-методӣ. – Душанбе, 2018.
6. Маводи тақсимоӣ оид ба истифодаи арзёбии ташаккулдиҳанда ва арзёбии омӯзиш (Маҷмуи воситаҳои арзёбӣ барои синфҳои ибтидоӣ), Душанбе, 2018.
7. Бобизода Ғ., Зиёӣ Х., Ақобиров Ш., Исоев К., Байзоев А., Алиев А. Таҳияи стандарт, барномаи таълим ва роҳнамои омӯзгор барои зинаи таҳсилоти миёнаи умумӣ (дастури методӣ).-Душанбе, 2020.
8. Сафин Д. В., Нағзибекова М. Б., Мухтори К. и др. Методы использования формативного оценивания для развития основных компетенций учеников (межпредметный модуль). Учебно-методическое пособие. – Душанбе, 2019.
9. Стандартҳои давлатии таҳсилоти умумии Ҷумҳурии Тоҷикистон, ки бо қарори Ҳукумати Ҷумҳурии Тоҷикистон аз 23 апрели соли 2009, № 206 тасдиқ карда шудааст.
10. Е. А. Жижина Поурочные разработки по математике, Москва, ВАКО, 2016.
11. Иброҳимова Р. К. Истифодаи усулҳои муосири таълим дар дарсҳои математика ва луғатҳои истилоҳӣ (Дастури методӣ), Душанбе, 2009.
12. Раҳимов М., Самиев А., Содиқов Ш. Методикаи таълими математика, нашр. - Душанбе, 2019.
13. Роҳнамои фанни математика (барои синфҳои 6-11). - Душанбе, 2018
14. Туронов С. Муносибати босалоҳият дар таҳсилоти касбӣ, - Душанбе, 2018.
15. Танат, Д.Т. Баубекова, Г.К. Развитие – навыков у учащихся используя задания с элементами STEAM. Вестник КГПИ №4 (60), 2020 issn 2310-3353. - Астана, 2020.
16. Преподавание математики с помощью STEM: инновационные методики для привлечения учащихся. - Астана, 2020.
17. Практические задания в области STEM-образования: Сборник в трех томах. Том 2. Задания для работы с учащимися 5–11 классов Астана,2022. – 266 с.
18. Задания для практики STEM образования: от суммы частных задач и учебных дисциплин к целостному деятельностному междисциплинарному подходу. Исследователь/Researcher 2/2020.
19. Маҷаллаи «Омӯзгор ва замон». Маҷаллаи таълимӣ, методӣ ва илмӣ Донишқадаи ҷумҳуриявӣ тақмили ихтисос ва бозомӯзии кормандони соҳаи маориф. – Душанбе, дастрас аз: https://takmili-ihhtisos.tj/?page_id=1309.
20. Маҷаллаи «Омӯзгори муосир». Маҷаллаи таълимӣ, методӣ ва илмӣ Филиали Донишқадаи ҷумҳуриявӣ тақмили ихтисос ва бозомӯзии кормандони соҳаи маориф дар шаҳри Душанбе.
21. Маҷаллаи «Роҳнамои омӯзгор». Маҷаллаи таълимӣ, методӣ ва илмӣ Филиали Донишқадаи ҷумҳуриявӣ тақмили ихтисос ва бозомӯзии кормандони соҳаи маориф дар Вилояти Мухтори Кӯҳистони Бадахшон.



Данный материал подготовлен и опубликован при поддержке проекта «Образовательная среда — основа качественного образования» и при финансировании Всемирного банка